

**ANALISIS PEMAHAMAN KONSEP MATEMATIKA SISWA
PADA MATERI TRANSFORMASI GEOMETRI
BERDASARKAN TEORI APOS (*ACTION, PROCESS, OBJECT, SCHEMA*)**

VERINA SEPTIN ANGGRAINI
Universitas Indraprasta PGRI
e-mail: septinanggraini.verina@gmail.com

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan tingkat pemahaman konsep matematika pada materi transformasi geometri berdasarkan teori APOS. Penelitian ini menggunakan teknik pengambilan sampel *purposive sampling*, dengan subjek penelitian terdiri dari 24 siswa kelas XI OTKP di SMK Bina Dharma. Peneliti menganalisis tingkat pemahaman konsep matematika siswa dengan mengelompokkannya ke dalam tiga kategori yaitu pemahaman konsep tinggi, sedang, dan rendah. Analisis dilakukan menggunakan indikator pemahaman konsep matematika berdasarkan teori APOS. Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini adalah lima soal uraian yang berkaitan dengan materi transformasi geometri. Teknik pengumpulan data dilakukan melalui tes uraian, wawancara, observasi, dan dokumentasi. Berdasarkan hasil analisis data kualitatif, diperoleh kesimpulan bahwa terdapat 7 siswa dengan kategori pemahaman konsep tinggi yang berada pada tahap skema, 12 siswa dengan kategori pemahaman konsep sedang yang berada pada tahap proses, serta 5 siswa dengan kategori pemahaman konsep rendah yang berada pada tahap aksi.

Kata Kunci: Pemahaman Konsep Matematika, Transformasi Geometri, Teori APOS

ABSTRACT

This study aims to describe the level of understanding of mathematical concepts on geometric transformation material based on APOS theory. This study used purposive sampling, with the research subjects consisting of 24 students of class XI OTKP at SMK Bina Dharma. Researchers analyzed the level of understanding of mathematical concepts of students by grouping them into three categories, namely high, medium, and low concept understanding. The analysis was conducted using indicators of knowledge of mathematical concepts based on APOS theory. The instruments used in this study were five essay questions related to geometric transformation material. Data collection techniques were carried out through descriptive tests, interviews, observations, and documentation. Based on the results of qualitative data analysis, it is concluded that 7 students with high concept understanding categories are at the scheme stage, 12 students with moderate concept understanding categories who are at the process stage, and 5 students with low concept understanding categories who are at the action stage.

Keywords: Understanding Mathematical Concepts, Geometric Transformations, APOS Theory

PENDAHULUAN

Pendidikan adalah proses pembelajaran yang bertujuan mengubah pola pikir, mengembangkan keterampilan, dan menambah pengetahuan seseorang. Pendidikan memiliki peran besar dalam pembentukan karakter dan kemampuan individu. Selain itu, pendidikan juga sangat berpengaruh pada peningkatan kecerdasan suatu bangsa. Untuk mencapai tujuan tersebut, pendidikan memerlukan sumber daya yang memadai. Sumber daya ini dibutuhkan agar mampu mencetak aktor perubahan yang berkualitas dan unggul. Menurut UUD 1945 Pasal 31 ayat 1, setiap warga negara berhak mendapatkan pendidikan. Salah satu mata pelajaran penting yang perlu dikuasai siswa adalah matematika.

Matematika merupakan salah satu cabang ilmu yang penting dan fundamental. Kewajiban pembelajaran matematika diatur dalam Undang-undang RI No.20 Tahun 2003 tentang Sisdiknas (Sistem Pendidikan Nasional) Pasal 37 yang berbunyi “mata pelajaran matematika merupakan salah satu mata pelajaran wajib bagi siswa pada jenjang pendidikan dasar dan menengah”. Matematika berperan penting dalam membentuk siswa menjadi berkualitas dalam berpikir untuk mengkaji sesuatu secara logis, analitis, sistematis, kritis, kreatif serta kemampuan bekerja sama dan memanfaatkan informasi untuk bertahan hidup. Sehingga belajar matematika harus diperkuat pada pemahaman konsep-konsep yang akan mengantarkan individu untuk berfikir secara matematis dengan jelas dan pasti berdasarkan aturan-aturan yang logis dan sistematis (Wahyuningsih et al., 2019).

Salah satu materi pelajaran matematika di sekolah pada jenjang pendidikan SMA/SMK kelas XI ialah transformasi geometri. Dengan harapan siswa mempunyai Kompetensi Dasar (KD) yaitu 3.5 terkait menganalisis transformasi geometri dengan menggunakan matriks. Transformasi geometri merupakan materi pelajaran yang penting untuk dipelajari siswa karena dapat mengasah siswa dalam berpikir kritis untuk menyelesaikan persoalan matematika. Ditinjau dari Kompetensi Dasar (KD) pada materi transformasi geometri, maka siswa dituntut untuk memiliki kemampuan mengenal dan menganalisis berbagai situasi terkait transformasi geometri dengan penyelesaian matriks. Tingkat menganalisis, siswa harus benar-benar memiliki pemahaman tentang materi transformasi geometri.

Modal utama dalam mempelajari matematika yakni pemahaman konsep matematika. Bagian yang mendasar saat belajar matematika yakni menumbuhkan pemahaman pada siswa. Menurut (Afriani, 2018), pemahaman adalah aspek kognitif yang memungkinkan siswa memahami komunikasi, baik lisan maupun tulisan, serta menerapkan ide. (Suliswanto et al., 2019) menambahkan bahwa konsep adalah ide yang memungkinkan seseorang mengelompokkan objek. Pemahaman konsep matematika membutuhkan kemampuan berpikir abstrak yang tinggi, sehingga siswa dapat berpikir matematis dengan cara yang rasional dan terstruktur. Oleh karena itu, salah satu tujuan pembelajaran matematika adalah membekali siswa dengan pemahaman yang kuat terhadap konsep-konsep dasar matematika.

Selain pemahaman, diperlukan teori yang mampu menunjang proses pembelajaran secara akurat dan tepat. Asiala, et al dalam (Rahmawati, 2018) mengemukakan suatu teori untuk mempelajari bagaimana seseorang belajar konsep matematika. Teori ini dikenal sebagai teori APOS (*Action, Process, Object, Schema*). (Aning et al., 2019) menyatakan Teori APOS yakni teori konstruktivisme yang diperluas dari Dubinsky terkait bagaimana seseorang belajar dalam memahami konsep matematika. Selain itu, teori ini merupakan perluasan ide dari Piaget tentang abstraksi relatif. Teori APOS menyatakan bahwa pengetahuan seseorang terbentuk dari interaksi sosial dan konstruksi mental untuk memahami ide matematika tertentu (Palias et al., 2020). Dalam teori ini, konstruksi mental dimulai dari aksi, yang setelah direnungkan (*interiorisasi*) menjadi proses, kemudian dirangkum (*enkapsulasi*) menjadi objek. Objek ini dapat diuraikan kembali menjadi proses, dan kombinasi aksi, proses, serta objek dapat diorganisasi menjadi skema (Mayasari & Slamet, 2021). Secara keseluruhan, Teori APOS menggambarkan bagaimana siswa membangun konsep untuk memahami suatu ide. Proses berpikir siswa dalam memahami konsep matematika tentang transformasi geometri dapat ditinjau melalui teori APOS. Keterkaitan antara transformasi geometri dengan teori APOS yaitu hasil konstruksi atau rekonstruksi dari pokok-pokok matematika yang telah diselesaikan dengan prosedur APOS dapat menjadi perantara untuk pemahaman konsep siswa.

Menurut data hasil observasi peneliti melalui studi dokumentasi dan wawancara dengan salah satu guru bidang studi matematika. Siswa kelas XI di SMK Bina Dharma Jakarta masih kesulitan menyelesaikan soal dari materi transformasi geometri. Berdasarkan latar belakang di atas peneliti tertarik untuk melakukan penelitian dengan judul “Analisis Pemahaman Konsep

Matematika Siswa pada Materi Transformasi Geometri berdasarkan Teori APOS (Aksi, Proses, Objek, Skema)”. Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan tingkat kemampuan pemahaman konsep matematis siswa ditinjau dari teori APOS di SMK Bina Dharma Jakarta.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian deskriptif kualitatif, yaitu metode yang digunakan untuk mempelajari status kelompok manusia, objek, kondisi tertentu, sistem pemikiran, atau kategori peristiwa saat ini (Nazir, 2011). Data kualitatif merupakan data berupa kalimat, kata atau gambar (Sugiyono, 2008). Pengambilan sampel dilakukan secara purposif, pengumpulan data menggunakan teknik triangulasi (gabungan dari tes pemahaman konsep, observasi, wawancara, dan dokumentasi), dan analisis data bersifat induktif atau kualitatif, serta hasilnya lebih berfokus pada makna daripada generalisasi (Sugiyono, 2020). Penelitian ini termasuk deskriptif kualitatif karena menggunakan narasi dan gambar untuk menganalisis profil APOS siswa, atau pola berpikir siswa dalam pemahaman konsep matematika. Peneliti mempelajari kondisi alami objek, dengan peneliti sebagai instrumen utama serta instrumen bantu yang berupa pedoman tes dalam bentuk soal uraian, pedoman wawancara, dan lembar validasi dengan uji validitas dan validasi oleh dosen dan guru matematika.

Subjek dalam penelitian ini adalah 3 siswa kelas XI OTKP di SMK Bina Dharma Jakarta yang masing-masing berkategori pemahaman konsep tinggi, sedang dan rendah yang sudah pernah belajar transformasi geometri. Subjek dipilih secara purposive sampling berdasarkan hasil tes uraian. Ketiga subjek dipilih dari 24 siswa sebagai sampel penelitian. Hasil tes uraian dari jumlah siswa diurutkan kemudian dibagi menjadi 3 kategori yaitu tinggi (T) sebanyak 7 orang, sedang (S) sebanyak 12 orang, dan rendah (R) sebanyak 5 orang.

Sumber data dalam penelitian adalah subjek dari mana data diperoleh (Arikunto, 2010) dan meliputi segala sesuatu yang memberikan informasi serta gambaran tentang objek penelitian. Pada penelitian ini, siswa yang mengikuti tes uraian menjadi sumber data. Sumber data yang digunakan adalah data primer dan data sekunder. (Sugiyono, 2020) mendefinisikan sumber data primer sebagai data yang diperoleh langsung oleh peneliti tanpa perantara, baik secara lisan maupun tertulis. Data primer pada penelitian ini yaitu hasil tes pemahaman konsep matematika siswa dan wawancara terstruktur. Sebaliknya, data sekunder menurut (Sugiyono, 2020) adalah data yang diperoleh tidak langsung, seperti melalui pihak lain atau dokumen. Dalam penelitian ini, data sekunder diperoleh dari guru matematika.

Berikut adalah tabel indikator pemahaman konsep matematika berdasarkan teori APOS pada materi transformasi geometri.

Tabel 1. Indikator Pemahaman Konsep Matematika Berdasarkan Teori APOS

No.	Tahap APOS	Indikator
1	Aksi (Action) merupakan sebuah transformasi objek yang dirasakan oleh individu sebagai sesuatu yang berasal dari luar. Instruksi langkah tentang cara melakukan operasi.	Mampu menuliskan apa yang diketahui dan ditanyakan dalam soal transformasi geometri.
		Mampu menggunakan rumus transformasi geometri dalam menentukan translasi dan refleksi.
		Mampu menggunakan perhitungan tambah, kurang, dan perkalian dalam matriks.
2	Proses (Process) yaitu mengonstruksi mental secara internal. Di mana aksi diulang dan individu merefleksikan aksi.	Mampu menjelaskan secara lisan tentang apa yang sudah diketahui dan ditanyakan dalam sebuah soal.
		Mampu menuliskan operasi matriks dari soal.
		Mampu menjelaskan langkah penyelesaian soal transformasi geometri tersebut.

3	Objek (Object) terbentuk dari proses saat individu memahami proses tersebut sebagai suatu keseluruhan dan menyadari dapat bertindak terhadapnya.	Menentukan rumus, contoh, dan cara penyelesaian soal transformasi geometri pada translasi dan refleksi dengan menggunakan operasi matriks.
		Mampu menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks komposisi transformasi geometri pada translasi dan refleksi (pencerminan).
4	Skema (Scheme) dalam konsep matematika adalah kumpulan dari tahapan aksi, proses, objek, dan skema yang dihubungkan oleh beberapa prinsip umum yang sama untuk membentuk kerangka kerja di dalam pikiran individu untuk memahami dan menangani masalah yang berkaitan dengan konsep.	Mampu menggunakan konsep dan prosedur dalam menyelesaikan soal transformasi geometri pada translasi dan refleksi dalam bentuk garis.
		Mampu menggunakan dan memilih prosedur tertentu untuk menyelesaikan soal transformasi geometri dengan tepat, teliti, dan sesuai prosedur.
		Mampu menyelesaikan model matematika yang sudah dibentuk dengan melalui tahapan aksi, proses, objek, dan skema dari suatu permasalahan.
		Mampu merefleksikan tentang cara-cara yang telah digunakan untuk menyelesaikan masalah transformasi geometri.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Berikut ini merupakan penjelasan secara singkat dari tiap-tiap tahapan APOS (Aksi, Proses, Objek, dan Skema), yaitu sebagai berikut :

1. Action (Aksi)
 (Dubinsky & McDonald, 2001) menyatakan bahwa “*An action is a transformation of objects perceived by the individual as essentially external and as requiring, either explicitly or from memory, step-by-step instructions on how to perform the operation*”. Pada tahap ini, seseorang memfokuskan proses berpikirnya dalam suatu konsep. Jika pemahaman konsepnya baik, aksi dilakukan dengan efektif. Sebagai contoh, siswa membutuhkan pemahaman awal materi untuk mengembangkan konsep yang dipelajari (Hanifah, 2016).
2. Process (Proses)
 (Dubinsky & McDonald, 2001) menyatakan bahwa “*When an action is repeated and the individual reflects upon it, he or she can make an internal mental construction called a process, which the individual can think of as performing the same kind of action, but no longer with the need for external stimuli*”. Apabila terjadi pengulangan dari aksi yang sudah dilakukan, maka seseorang tersebut telah masuk tahap proses, di mana mereka mampu menggambarkan ide matematika secara internal. Menurut (Syafri, 2016), tahap proses ini melibatkan struktur kognitif yang menggunakan imajinasi untuk transformasi mental atau fisik, yang terjadi secara internal dan dikendalikan oleh individu.
3. Object (Objek)
 (Dubinsky & McDonald, 2001) menyatakan bahwa “*An object is constructed from a process when the individual becomes aware of the process as a totality and realizes that transformations can act on it*” Objek terbentuk dari suatu proses ketika individu memahami proses tersebut sebagai satu kesatuan dan menyadari bahwa transformasi dapat dilakukan terhadapnya. Hanifah (2016) menambahkan bahwa seseorang berada dalam fase objek ketika ia dapat mengubah ide menjadi konsep kognitif, melakukan aksi terhadap objek, dan menjelaskan sifat-sifat konsep tersebut.
4. Scheme (Skema)

(Dubinsky & McDonald, 2001) menyatakan bahwa “A schema for a certain mathematical concept is part of an individual's collection of actions, processes, objects, and other schemas, which are linked by some general principles to form a framework in the individual's mind that may be brought to bear upon a problem situation involving that concept” Skema akan terbentuk ketika siswa dapat mengintegrasikan aksi, proses, objek, dan kemungkinan skema lainnya. Menurut Hanifah (2016), skema mencerminkan pemahaman penuh individu terhadap suatu konsep, sehingga ia dapat membedakan fenomena yang relevan dari yang tidak.

Peneliti mengategorikan tingkat pemahaman konsep matematika siswa dalam memilih subjek berdasarkan indikator teori APOS, yang disajikan dalam tabel berikut:

Tabel 2. Kategori Pemahaman Konsep Matematika

Tingkat Pemahaman	Kriteria Nilai
Tinggi	$X \geq M + SD$
Sedang	$M - SD \leq X < M + SD$
Rendah	$X < M - SD$

Penilaian didasarkan pada pedoman penskoran yang telah disusun oleh peneliti. Dari 24 subjek penelitian, diperoleh bahwa nilai rata-rata (Mean) yaitu 58,83 dengan Standar Deviasi (SD) sebesar 12,23. Selanjutnya peneliti menetapkan 3 kategori yaitu tinggi, sedang, dan rendah dalam memilih subjek penelitian berdasarkan teori APOS yang disajikan pada tabel berikut :

Tabel 2. Kategori Tingkat Pemahaman Konsep Subjek Penelitian

Tingkat Pemahaman	Kriteria Nilai	Frekuensi
Tinggi	$X \geq 71,06$	7
Sedang	$46,60 \leq X < 71,06$	12
Rendah	$X < 46,60$	5

Berdasarkan klasifikasi di atas, terdapat 7 siswa berkategori tinggi, 12 siswa berkategori sedang, dan 5 siswa berkategori rendah. Selanjutnya peneliti memilih 3 subjek penelitian yang memenuhi kategori pemilihan subjek yaitu satu siswa dengan pemahaman tinggi, satu siswa dengan pemahaman sedang, dan satu siswa dengan pemahaman rendah. Kode subjek dalam penelitian ini didasarkan pada tingkat pemahaman siswa. Hasil pemilihan subjek disajikan pada tabel berikut :

Tabel 3. Hasil Pemilihan Subjek

No.	Inisial Peserta Didik	Tingkat Pemahaman	Kode Subjek
1	HP	Tinggi	T
2	FAR	Sedang	S
3	SS	Rendah	R

Berdasarkan hasil analisis data pada kerangka teori APOS (Aksi Proses Objek Skema). Peneliti membaginya menjadi beberapa tingkat yang berbeda yaitu tinggi, sedang, dan rendah yang didasarkan pada indikator. Berdasarkan analisis ini, peneliti memaparkan hasil tes tertulis untuk masing-masing subjek tersebut:

1. Analisis Kemampuan Pemahaman Konsep Matematika Siswa Pada Kategori Tinggi
 Berikut ini jawaban subjek kategori tinggi

1) $B' (x', y') \rightarrow (x, y) + (a, b)$
 $(b, 2) + (-8, -3)$
 $(-2, -1)$
 Jadi, bayangannya yaitu $(-2, -1)$

2) $T = \begin{pmatrix} -9 \\ 7 \end{pmatrix}$ $\rho' = \begin{pmatrix} 3 \\ -11 \end{pmatrix}$
 $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -11 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -9 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ -18 \end{pmatrix}$
 Jadi, koordinatnya yaitu $(12, -18)$

3) Garis: $4x + 3y - 2 = 0$ $T \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$
 $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ $4x + 3y - 2 = 0$
 $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ $4(x'-2) + 3(y'-3) - 2 = 0$
 $4x' - 8 + 3y' - 9 - 2 = 0$
 $4x' + 3y' - 19 = 0$
 $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+2 \\ y+3 \end{pmatrix}$ Jadi, bayangannya yaitu
 $x = x' - 2$ $4x' + 3y' - 19 = 0$
 $y = y' - 3$

4) $A = \begin{pmatrix} 7 \\ -5 \end{pmatrix}$ Garis: $y = x$
 $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
 $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 \\ -5 \end{pmatrix}$
 $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ 5 \end{pmatrix}$ Jadi, bayangannya yaitu $(-7, 5)$

5) $L = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \end{pmatrix}$ Sumbu y
 $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
 $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ -1 \end{pmatrix}$

Gambar 1. Lembar Jawaban Subjek T

Berdasarkan gambar 1, terlihat bahwa dari 5 soal yang dikerjakan dan diselesaikan oleh subjek T sebanyak 4 soal yang dijawab dengan tepat yaitu nomor 1 sampai 4. Dari 4 soal tersebut subjek T sudah menerapkan tahapan Aksi, Proses, Objek dan Skema dengan baik. Sedangkan 1 soal lainnya masih kurang teliti dalam menghitung operasi matriks. Karena pada hasil yang didapatkan oleh subjek T masih terdapat kendala dan kesalahan dalam menentukan hasil akhir. Tingkat pemahaman konsep matematika kategori tinggi berdasarkan teori APOS dilihat dari hasil tes soal dan wawancara dengan data :

- Tahap Aksi: Subjek T mampu mencapai semua indikator pemahaman tahap ini yaitu mampu menuliskan dan menjelaskan secara verbal yang telah diketahui, mengidentifikasi fakta, serta menggunakan rumus yang sesuai.
- Tahap Proses: Mampu mencapai seluruh indikator pemahaman pada tahap proses yaitu menuliskan langkah-langkah dalam menerapkan kembali metode yang digunakan sebelumnya untuk penyelesaian soal.
- Tahap Objek: Mampu mencapai seluruh indikator pemahaman konsep pada tahap ini yaitu dapat menentukan nilai akhir dari suatu translasi dan refleksi pada materi transformasi geometri.
- Tahap Skema: Mampu mencapai indikator pada tahap skema yaitu menyelesaikan model matematika, menggunakan konsep serta prosedur yang sesuai, serta mampu menjelaskan tentang langkah yang telah digunakan dalam menyelesaikan masalah transformasi geometri.

Berdasarkan hasil analisis subjek T dapat disimpulkan bahwa subjek T mampu memahami konsep pemahaman matematika pada materi transformasi geometri dengan teori APOS secara baik pada tiap tahapan aksi, proses, dan objek. Sehingga, mampu menerapkan pada tahap skema.

2. Analisis Kemampuan Pemahaman Konsep Matematika Siswa Pada Kategori Sedang

Berikut ini jawaban subjek kategori sedang

$$\begin{aligned} \boxed{1.} \quad \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -8 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix} \\ \boxed{2.} \quad \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 3 \\ -11 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -9 \\ 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 12 \\ -18 \end{pmatrix} \\ \boxed{3.} \quad \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} x+2 \\ y+3 \end{pmatrix} \\ x' &= x+2 \\ y' &= y+3 \\ \boxed{4.} \quad \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ 5 \end{pmatrix} \\ \boxed{5.} \quad \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Gambar 2. Lembar Jawaban Subjek S

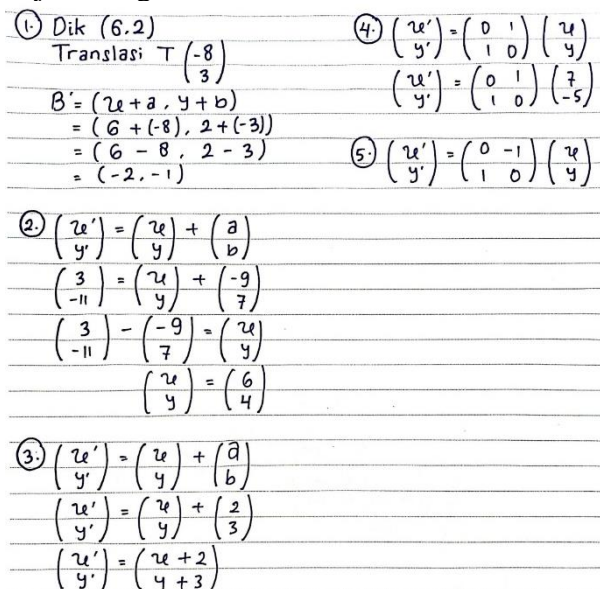
Berdasarkan gambar 2, terlihat bahwa dari 5 soal yang dikerjakan oleh subjek S hanya 3 soal yang dijawab dengan baik yaitu nomor 1 sampai 3. Dari 2 soal tersebut, subjek S sudah melalui tahapan aksi, proses, objek, dan skema. Namun belum bisa dikategorikan sempurna karena masih banyak kurangnya. Sedangkan 1 soal lainnya masih kurang teliti dalam perhitungan perkalian operasi matriks. Serta Subjek S belum bisa menjawab dengan benar pada soal nomor 4 dan 5. Tingkat pemahaman konsep matematika kategori sedang berdasarkan teori APOS dilihat dari hasil tes soal dan wawancara dengan data :

- Tahap Aksi Subjek S mampu mencapai indikator pemahaman pada tahap ini yaitu mampu menuliskan dan menjelaskan secara verbal apa yang telah diketahui, mengidentifikasi fakta, serta menggunakan rumus yang sesuai.
- Tahap Proses: Mampu mencapai indikator pemahaman pada tahap proses yaitu menuliskan langkah-langkah dalam menerapkan kembali metode yang digunakan sebelumnya untuk penyelesaian soal.
- Tahap Objek: Belum mampu mencapai indikator pemahaman konsep pada tahap objek yaitu belum dapat menentukan nilai akhir dari suatu soal refleksi pada materi transformasi geometri.
- Tahap Skema: Belum mampu mencapai indikator pada tahap skema yaitu dapat menyelesaikan model matematika. Namun kurang bisa menggunakan konsep serta prosedur yang sesuai, serta kurang menjelaskan tentang langkah yang telah digunakan dalam menyelesaikan masalah transformasi geometri.

Berdasarkan hasil analisis subjek S dapat disimpulkan bahwa subjek S mampu memahami matematika pada materi transformasi geometri dengan teori APOS pada kriteria tahapan aksi dan proses. Namun kurang bisa menerapkan tahapan objek dan skema. Subjek yang dikelompokkan pada kategori tingkat pemahaman sedang belum bisa menyelesaikan seluruh soal yang diberikan. Peneliti menyimpulkan bahwa pemahaman

konsep matematika dengan teori APOS pada soal-soal yang dikerjakan sangat kurang dan dikatakan cukup. Sehingga, subjek S mampu menerapkan sampai pada tahap proses.

3. Analisis Kemampuan Pemahaman Konsep Matematika Siswa Pada Kategori Rendah
 Berikut ini jawaban subjek kategori rendah



① Dik (6, 2)
 Translasi $T \begin{pmatrix} -8 \\ 3 \end{pmatrix}$
 $B' = (x + a, y + b)$
 $= (6 + (-8), 2 + 3)$
 $= (6 - 8, 2 - 3)$
 $= (-2, -1)$

② $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$
 $\begin{pmatrix} 3 \\ -11 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -9 \\ 7 \end{pmatrix}$
 $\begin{pmatrix} 3 \\ -11 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -9 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
 $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix}$

③ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$
 $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$
 $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + 2 \\ y + 3 \end{pmatrix}$

④ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
 $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 \\ -5 \end{pmatrix}$

⑤ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

Gambar 3. Lembar Jawaban Subjek R

Berdasarkan gambar 3, terlihat bahwa dari 5 soal yang dikerjakan subjek R hanya 3 soal yaitu nomor 1 sampai 3. Dari 1 soal di antaranya bisa diselesaikan dengan baik melalui tahapan aksi, proses, objek, dan skema. Namun belum bisa dikategorikan baik karena masih sangat banyak kurangnya. Sedangkan 2 soal lainnya hanya bisa diselesaikan setengahnya. Sedangkan pada nomor 4 dan 5, subjek R hanya menuliskan rumusnya. Peneliti menyimpulkan bahwa subjek R sangat kurang memahami konsep matematika dengan baik dalam menerapkan teori APOS. Karena dari tahapan-tahapan aksi, proses, objek, dan skema subjek R hanya bisa pada tahap aksi yaitu menuliskan rumusnya. Pada tahap proses, objek, dan skema subjek R masih kurang paham dalam menyelesaikan soal transformasi geometri tersebut. Tingkat pemahaman konsep matematika kategori rendah berdasarkan indikator teori APOS dilihat dari hasil tes soal dan wawancara dengan data :

- Tahap Aksi: Subjek R mampu mencapai indikator pemahaman konsep matematika pada tahap aksi yaitu mampu menuliskan yang telah diketahui.
- Tahap Proses: Subjek R belum mampu mencapai indikator pemahaman pada tahap proses yaitu belum bisa menuliskan langkah dalam menerapkan kembali metode yang digunakan untuk penyelesaian soal.
- Tahap Objek: Subjek belum mampu mencapai indikator pemahaman konsep pada tahap objek yaitu tidak dapat menentukan nilai akhir dari suatu soal translasi dan refleksi pada materi transformasi geometri.
- Tahap Skema: Subjek belum mampu mencapai indikator pada tahap skema karena belum dapat menyelesaikan model matematika dengan benar. Belum mampu memenuhi tahapan proses dan objek.

Berdasarkan hasil analisis subjek R dapat disimpulkan bahwa subjek R belum mampu memahami matematika pada materi transformasi geometri dengan teori APOS pada kriteria tahapan aksi, proses, dan objek. Sehingga, subjek R hanya mampu menerapkan sampai pada tahap aksi.

Dalam teori APOS (Action, Process, Object, Schema), terdapat perbedaan mendasar antara tahap Action dan Process yang memengaruhi cara siswa memahami konsep matematika. Tahap Action adalah tahap awal di mana siswa memahami konsep sebagai serangkaian langkah konkret dan eksplisit yang harus diikuti sesuai aturan tertentu. Pada tahap ini, siswa mampu menjalankan prosedur transformasi, seperti memindahkan atau memutar objek, tetapi belum memahami alasan bagaimana langkah-langkah itu terhubung dalam konteks geometri yang lebih luas. Sebaliknya, tahap Process terjadi ketika siswa mulai melihat rangkaian tindakan tersebut sebagai satu kesatuan proses tanpa harus mengikuti setiap langkah secara eksplisit. Siswa mulai memahami pola dan konsep dalam transformasi geometri secara lebih mendalam, seperti membayangkan efek transformasi tanpa menjalankan prosedur langkah demi langkah. Dengan mencapai tahap Process, siswa lebih siap memahami konsep transformasi secara konseptual dan abstrak, yang pada akhirnya meningkatkan kemampuan mereka untuk memecahkan masalah geometri yang lebih kompleks. Perbedaan ini menegaskan bahwa siswa pada tahap Action cenderung lebih terbatas pemahamannya karena hanya berfokus pada langkah prosedural, sementara siswa pada tahap Process memiliki pemahaman yang lebih fleksibel dan dapat menghubungkan konsep secara lebih utuh (Dubinsky & McDonald, 2001).

Tahap Object dan Schema dalam teori APOS mencerminkan tingkat pemahaman yang lebih tinggi dan abstrak. Pada tahap Object, siswa melihat transformasi geometri bukan lagi sebagai serangkaian langkah, tetapi sebagai "objek" pemikiran yang dapat dianalisis dan dioperasikan lebih lanjut. Misalnya, siswa mulai memperlakukan rotasi dan translasi sebagai entitas yang dapat digabungkan dengan transformasi lain, serta memahami sifat-sifat transformasi tersebut untuk menyederhanakan hasil dalam konteks yang lebih luas. Selanjutnya, tahap Schema adalah tahap di mana siswa memiliki pemahaman yang terintegrasi mengenai berbagai transformasi geometri sebagai bagian dari keseluruhan sistem matematika. Pada tahap ini, siswa mampu mengaitkan berbagai jenis transformasi seperti translasi, refleksi, rotasi, dan dilatasi dalam satu struktur yang koheren, serta memahami hubungan di antara transformasi tersebut. Sebagai contoh, mereka dapat mengenali bahwa kombinasi dua refleksi menghasilkan rotasi atau bahwa semua transformasi isometri mempertahankan bentuk dan ukuran (Arnon et al., 2014). Dengan pemahaman ini, siswa dapat memecahkan masalah geometri yang lebih kompleks secara efisien (Weller et al., 2022).

Tingkat pemahaman siswa dalam setiap tahap teori APOS pada materi transformasi geometri dipengaruhi oleh beberapa faktor, seperti kemampuan kognitif, pengetahuan prasyarat, metode pengajaran, dan motivasi belajar. Siswa dengan kemampuan kognitif yang baik cenderung lebih mudah beralih dari tahap Action ke tahap Process, Object, dan Schema, karena mereka lebih cepat memahami konsep abstrak dan memiliki kemampuan visualisasi yang baik (Sfard, 2018). Faktor lain adalah pengetahuan prasyarat; siswa dengan pemahaman dasar geometri yang kuat lebih mudah mengikuti proses pembelajaran transformasi. Pendekatan pembelajaran yang interaktif dan visual, seperti penggunaan perangkat lunak geometri dinamis, juga memfasilitasi transisi dari tahap Action ke Process (Maharaj, 2020). Motivasi dan sikap siswa terhadap matematika turut memengaruhi pencapaian mereka, di mana siswa yang termotivasi lebih berusaha memahami konsep secara mendalam. Diskusi kolaboratif juga membantu siswa mempercepat transisi ini dengan memungkinkan mereka berbagi pemahaman dan klarifikasi konsep bersama teman sejawat (Nguyen, 2021).

Motivasi dan sikap siswa terhadap matematika juga berpengaruh besar. Siswa yang termotivasi dan memiliki sikap positif biasanya lebih berusaha memahami konsep secara mendalam, sedangkan siswa yang kurang termotivasi mungkin hanya mengikuti prosedur tanpa memahami konsepnya, sehingga tetap terjebak di tahap Action. Dukungan dan bimbingan guru juga krusial, karena guru yang memahami teori APOS dapat memberikan bimbingan yang sesuai dengan kesulitan tiap tahap, sementara guru yang kurang paham mungkin kesulitan



menyesuaikan materi dan metode pengajaran. Konteks dan relevansi materi juga berperan; mengaitkan konsep transformasi geometri dengan aplikasi kehidupan nyata dapat mempercepat pemahaman, sedangkan konsep yang terlalu abstrak sering kali membuat siswa sulit menemukan relevansinya. Terakhir, keterlibatan dalam diskusi atau pembelajaran kolaboratif memberi kesempatan bagi siswa untuk mengklarifikasi dan memperkaya pemahaman mereka melalui interaksi dengan teman-teman, yang mempercepat transisi dari tahap Action ke Process. Dengan memahami dan mempertimbangkan faktor-faktor ini, guru dapat merancang pembelajaran transformasi geometri yang lebih efektif dan sesuai dengan kebutuhan siswa pada setiap tahap pemahaman APOS.

Teori APOS membantu guru merancang pembelajaran transformasi geometri yang lebih efektif dengan memahami perkembangan pemikiran siswa melalui tahap Action, Process, Object, dan Schema. Guru dapat menyesuaikan metode pengajaran sesuai dengan tahapan siswa, mulai dari aktivitas eksplisit untuk tahap Action hingga penggunaan perangkat lunak interaktif pada tahap Process. Pada tahap Object, tugas analisis transformasi membantu siswa memahami konsep secara mendalam, sedangkan diskusi kolaboratif mendorong integrasi konsep pada tahap Schema. Pendekatan bertahap ini memungkinkan pembelajaran yang lebih responsif dan mendalam sesuai kebutuhan kognitif siswa.

Penerapan teori APOS membantu guru dalam merancang pembelajaran yang lebih efektif. Misalnya, pada tahap Action, guru dapat memberikan aktivitas eksplisit seperti latihan dasar translasi, rotasi, dan refleksi. Untuk tahap Process, guru dapat memanfaatkan pendekatan interaktif agar siswa mampu mengeksplorasi transformasi sebagai proses menyeluruh. Pada tahap Object, guru dapat memberikan tugas analitis yang mendorong siswa untuk melihat transformasi sebagai entitas mandiri, sementara pada tahap Schema, diskusi dan aktivitas kolaboratif memungkinkan siswa mengintegrasikan konsep transformasi sebagai bagian dari sistem geometri yang lebih luas. Dengan pendekatan ini, pembelajaran dapat disesuaikan dengan kebutuhan kognitif siswa pada setiap tahap, sehingga menghasilkan pemahaman yang lebih mendalam dan fleksibel (Arnon et al., 2014).

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil pembahasan yang dilakukan pada tiga subjek penelitian, diperoleh gambaran mengenai pemahaman konsep matematika siswa yang dianalisis menggunakan pendekatan teori APOS. Dalam penelitian ini, tiga subjek dipilih berdasarkan kategori tingkat pemahaman tinggi, sedang, dan rendah. Ketiga subjek tersebut mampu melewati tahap aksi dengan cara menerapkan rumus-rumus yang telah diajarkan sebelumnya oleh guru di dalam pembelajaran. Namun demikian, terdapat perbedaan yang cukup signifikan pada pemahaman konsep peserta didik dalam tahapan-tahapan berikutnya, yaitu tahap proses, objek, dan skema. Perbedaan ini terlihat dari masing-masing subjek yang menunjukkan karakteristik unik dalam memahami, mengolah, dan mengaplikasikan konsep matematika sesuai kemampuannya.

Dengan memperhatikan fokus masalah pada penelitian ini dengan judul “Analisis Pemahaman Konsep Matematika Siswa Pada Materi Transformasi Geometri Berdasarkan Teori APOS (Aksi, Proses, Objek, Skema)” dapat disimpulkan bahwa :

1. **Pemahaman Konsep Matematika Dengan Kategori Tinggi Berdasarkan Teori APOS**

Berdasarkan hasil yang diperoleh peneliti, peneliti dapat menyimpulkan bahwa pemahaman konsep matematika pada kategori tinggi berdasarkan teori APOS yaitu: subjek sudah memenuhi semua indikator yang terdapat pada tahap aksi, proses objek, dan skema dalam menyelesaikan permasalahan yang ada pada soal matematika terutama pada materi transformasi geometri dengan pokok bahasan mengenai translasi dan refleksi dengan baik dan tepat. Sehingga, pada kategori tinggi subjek penelitian berada pada tahap skema.

2. **Pemahaman Konsep Matematika Dengan Kategori Sedang Berdasarkan Teori APOS**

Berdasarkan hasil yang diperoleh peneliti, peneliti dapat menyimpulkan bahwa pemahaman konsep matematika pada kategori sedang berdasarkan teori APOS yaitu: subjek memenuhi semua indikator yang terdapat pada tahap aksi dan proses dalam menyelesaikan masalah yang ada pada soal matematika terutama pada pokok bahasan translasi. Serta pada tahap objek dan skema hanya memenuhi 1 indikator. Sehingga, pada kategori sedang subjek penelitian berada pada tahap proses.

3. Pemahaman Konsep Matematika Dengan Kategori Rendah Berdasarkan Teori APOS

Berdasarkan hasil yang diperoleh peneliti, peneliti dapat menyimpulkan bahwa pemahaman konsep matematika pada kategori rendah berdasarkan teori APOS yaitu: subjek memenuhi indikator yang terdapat pada tahap aksi dalam menyelesaikan masalah yang ada pada soal matematika terutama materi transformasi geometri pada pokok bahasan translasi. Serta pada tahap proses hanya memenuhi 1 indikator. Sedangkan pada tahap objek dan skema tidak memenuhi indikator. Sehingga, pada kategori rendah subjek penelitian berada pada tahap aksi.

DAFTAR PUSTAKA

- Afriani, A. (2018). Pembelajaran Kontekstual (Cotextual Teaching And Learning) dan Pemahaman Konsep Siswa. *Jurnal Al-Muta'aliyah STAI Darul Kamal NW Kembang Kerang*, 1(3), 80–88.
- Aning, K., Nur, R., Dinnullah, I., & Farida, N. (2019). Analisis Pemahaman Konsep Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Open Ended Berdasarkan Teori APOS. 2, 687–695.
- Arikunto, S. (2010). *Prosedur Penelitian Suatu Pendekatan Praktik*. Jakarta: Rineka Cipta.
- Arnon, I., Cottrill, J., & Dubinsky, E. (2014). *APOS Theory: A Framework for Research and Curriculum Development in Mathematics Education*. Springer.
- Dubinsky, E., & McDonald, M. A. (2001). APOS: A Constructivist Theory of Learning in Undergraduate Mathematics Education Research. *The Teaching and Learning of Mathematics at University Level: An ICMY Study*, (pp. 275-282). Dordrecht: Springer Netherlands.
- Hanifah. (2016). *Buku Model APOS Inovasi pada Pembelajaran Matematika*. Bengkulu: FKIP Universitas Bengkulu.
- Maharaj, A. (2020). The Role of Technology in Enhancing Mathematical Learning. *Journal of Mathematical and Science Education*, 12(4), 451-467.
- Mayasari, T., & Slamet. (2021). Analisis Pemahaman Siswa SMA Kelas XI Materi Program Linear Berdasarkan Teori APOS Ditinjau dari Gaya Belajar. *Jurnal MIPA Dan Pembelajarannya*, 1(11), 879–884. <https://doi.org/10.17977/um067v1i11p879>
- Nazir. (2011). *Metode Penelitian*. Bogor: Penerbit Ghalia Indonesia.
- Nguyen, H. T. (2021). Collaborative learning in mathematics education: Impacts and Benefits. *International Journal of Mathematics Education*, 9(3), 224-239.
- Palias, F., Mampouw, H. L., Kristen, U., & Wacana, S. (2020). Profil APOS Siswa SMP dalam Menyelesaikan Soal Fungsi Linear dan Grafiknya. *Jurnal Cendekia: Jurnal Pendidikan Matematika*, 04(02), 964–975. <https://doi.org/https://doi.org/10.31004/cendekia.v4i2.231>
- Rahmawati, S. (2018). Analisis Tingkat Pemahaman Siswa Berdasarkan Teori APOS (Action, Process, Object, Scheme) Pokok Bahasan Relasi dan Fungsi pada Siswa Kelas Viii-A Di SMP Negeri 4 Jember [Universitas Jember]. In *Digital Repository Universitas Jember*. <http://repository.unej.ac.id/handle/123456789/93854>
- Suliswanto, D., Juniati, D., & Wijayanti, P. (2019). Profil Pemahaman Konsep Siswa pada



- Materi Sistem Persamaan Linier Tiga Variabel Ditinjau dari Gaya Kognitif. *Jurnal Didaktik Matematika*, 4185, 156–170. <https://doi.org/10.24815/jdm.v7i2.17341>
- Sugiyono. (2008). *Metode Penelitian Kuantitatif Kualitatif dan R&D*. Bandung: Alfabeta.
- Sugiyono. (2020). *Metode Penelitian Kualitatif*. Bandung: Alfabeta.
- Syafri, F. S. (2016). *Pemahaman Matematika dalam Kajian Teori APOS (Action, Process, Object, and Schema)*. 15(2), 458–477.
- Sfard, A. (2018). Learning through cognitive frameworks: Examining transitions in mathematical understanding. *Educational Studies in Mathematics*, 97(1), 3-19.
- Wahyuningsih, H., Nissa, I. C., & Yuntawati. (2019). *Analisis Kemampuan Siswa Dalam Memahami Konsep Sistem Persamaan Linier Tiga Variabel (SPLTV) Berdasarkan Teori APOS*. 7(1), 36–50. <https://doi.org/https://doi.org/10.33394/mpm.v7i1.1556>
- Weller, K., Clark, K., & Dubinsky, E. (2022). Students' Understanding of Transformations in Geometry: An APOS Perspective. *Journal of Mathematics Education Research*, 35(2), 234-250.