

MODEL MATEMATIKA SVEIQHR–SEI UNTUK PENYEBARAN PENYAKIT CACAR MONYET: INTEGRASI STRATEGI VAKSINASI DAN INTERAKSI MANUSIA–HEWAN

Vina Lusiana¹, Banyu Saputra²

¹Universitas Pertahanan, ²Universitas Wanita Internasional (IWU)

e-mail: ¹vina.lusiana@idu.ac.id, ²banyusaputra@iwu.ac.id

ABSTRAK

Cacar monyet (*monkeypox*) merupakan penyakit zoonosis yang berpotensi menimbulkan wabah pada manusia, terutama di wilayah dengan interaksi erat antara manusia dan hewan rodensia sebagai reservoir. Model yang dikembangkan melibatkan dua populasi utama, yaitu manusia dan hewan rodensia, dan merupakan modifikasi dari model Bolaji et al. (2024) dengan menambahkan kompartemen vaksinasi pada populasi manusia. Penelitian ini merupakan studi kuantitatif berbasis pemodelan matematika deterministik yang bertujuan mengembangkan model penyebaran cacar monyet melalui pendekatan kompartemen. Struktur model manusia terdiri atas tujuh kompartemen: rentan, divaksinasi, terpapar, infeksius, terisolasi, dirawat, dan sembuh, sementara populasi hewan dibagi menjadi empat kompartemen: rentan, terpapar, infeksius, dan sembuh. Metode yang digunakan meliputi formulasi sistem persamaan diferensial biasa (ODE) untuk mendeskripsikan dinamika populasi terhadap waktu, analisis kestabilan titik kesetimbangan bebas penyakit dan endemik, perhitungan bilangan reproduksi dasar R_0 , analisis sensitivitas terhadap parameter-parameter kunci menggunakan indeks elastisitas, serta simulasi numerik untuk mengevaluasi efektivitas strategi intervensi. Hasil penelitian menunjukkan bahwa parameter seperti laju kontak, tingkat isolasi, perawatan, dan diagnosis dini sangat memengaruhi nilai R_0 . Meskipun parameter vaksinasi tidak secara eksplisit muncul dalam rumusan R_0 , vaksinasi terbukti secara signifikan mengurangi jumlah individu yang rentan melalui perlindungan parsial yang bergantung pada efikasi vaksin. Simulasi numerik menunjukkan bahwa keberadaan kompartemen vaksinasi dapat menurunkan jumlah kasus infeksius secara keseluruhan dan berperan penting dalam menahan laju penyebaran penyakit. Dengan demikian, penggabungan vaksinasi bersama intervensi lainnya seperti isolasi kasus dan pengurangan kontak menjadi strategi efektif untuk mengendalikan cacar monyet secara berkelanjutan.

Kata Kunci: *Monkeypox, R_0 , Analisis Sensitivitas*

ABSTRACT

Monkeypox is a zoonotic disease with the potential to cause outbreaks in humans, particularly in regions where close interaction exists between humans and rodent species that serve as reservoirs. This study develops a mathematical model involving two main populations humans and rodents as a modification of the model proposed by Bolaji et al. (2024), by incorporating a vaccination compartment in the human population. This research is a quantitative study based on deterministic mathematical modeling that aims to simulate the transmission dynamics of monkeypox using a compartmental approach. The human population is divided into seven compartments: susceptible, vaccinated, exposed, infectious, isolated, hospitalized, and recovered. Meanwhile, the rodent population is categorized into four compartments: susceptible, exposed, infectious, and recovered. The methodology includes the formulation of a system of ordinary differential equations (ODEs) to describe population dynamics over time, stability analysis of the disease-free and endemic equilibrium points, calculation of the basic reproduction number R_0 , sensitivity analysis using elasticity indices for key parameters, and

numerical simulations to evaluate the effectiveness of intervention strategies. The results indicate that parameters such as contact rates, isolation and hospitalization rates, and early diagnosis significantly influence the value of R_0 . Although vaccination parameters do not appear explicitly in the expression of R_0 , vaccination substantially reduces the number of susceptible individuals through partial protection dependent on vaccine efficacy. Numerical simulations show that the inclusion of the vaccinated compartment significantly lowers the total number of infectious cases and plays a critical role in curbing disease transmission. Therefore, integrating vaccination with other interventions such as case isolation and contact reduction proves to be an effective strategy for sustainably controlling the spread of monkeypox.

Keywords: Monkeypox, R_0 , Sensitivity Analysis

PENDAHULUAN

Penyakit *monkeypox* pada manusia merupakan penyakit zoonotik yang disebabkan oleh infeksi virus *monkeypox*, dengan gejala klinis yang menyerupai cacar (Worldometer, 2022). Kasus pertama pada manusia dilaporkan pada tahun 1970 di Republik Demokratik Kongo. Sebagian besar infeksi virus ini ditemukan di daerah pedesaan dan hutan hujan tropis di wilayah Cekungan Kongo, namun penyebarannya kini telah menjangkau berbagai negara di Afrika Tengah dan Barat (Bunge et al., 2022). Sejak Organisasi Kesehatan Dunia (WHO) menetapkan monkeypox sebagai kedaruratan kesehatan masyarakat yang menjadi perhatian global pada 23 Juli 2022, penyakit ini menjadi isu serius dalam kesehatan masyarakat internasional (Bhatter, S., et al, 2023). Infeksi virus monkeypox berdampak besar terhadap stabilitas sosial serta kesehatan fisik dan mental manusia (Jose, S.A et al).

Di Indonesia, kasus pertama monkeypox terkonfirmasi pada tanggal 19 Agustus 2022, pada seorang pria berusia 27 tahun yang berdomisili di Jakarta. sejak dilaporkannya kasus pertama pada bulan Agustus 2022, tercatat sebanyak 88 kasus konfirmasi monkeypox di Indonesia, dengan distribusi kasus terbanyak berada di wilayah Provinsi DKI Jakarta. Dalam rangka mengendalikan penyebaran penyakit ini, Kementerian Kesehatan Republik Indonesia secara konsisten melaksanakan berbagai upaya, termasuk penguatan surveilans epidemiologi, pemberian terapi simptomatik dan suportif kepada pasien, serta pelaksanaan vaksinasi pada kelompok yang berisiko tinggi. Langkah-langkah tersebut merupakan bagian dari strategi nasional penanggulangan cacar monyet yang berorientasi pada pencegahan, deteksi dini, dan respons cepat berbasis bukti. (Kemenkes RI, 2022)

Masa inkubasi penyakit monkeypox umumnya berlangsung selama 6 hingga 16 hari, meskipun dapat bervariasi antara 5 hingga 21 hari. Periode infeksius dari penyakit ini terbagi menjadi dua fase. Fase pertama merupakan fase invasif yang terjadi dalam lima hari awal dan ditandai oleh gejala klinis seperti demam, limfadenopati (pembengkakan kelenjar getah bening), nyeri punggung, sakit kepala berat, mialgia (nyeri otot), serta astenia berat (kelelahan ekstrem). Pada fase berikutnya, dalam kurun waktu 1 hingga 3 hari setelah onset demam, muncul ruam makulopapular (lesi kulit datar), yang selanjutnya berkembang menjadi vesikel (lepuhan berisi cairan), kemudian pustula (lepuhan bernanah), dan akhirnya membentuk krusta (keropeng) dalam waktu sekitar sepuluh hari (Hutson et al., 2013).

Hingga saat ini, belum tersedia terapi yang secara khusus ditetapkan sebagai pengobatan definitif terhadap infeksi monkeypox. Namun demikian, beberapa agen antivirus yang bersifat eksperimental, seperti Brincidofovir, Tecovirimat, dan imunoglobulin vaccinia, telah digunakan dalam upaya mengendalikan penyebaran virus dan mengurangi keparahan gejala klinis. Meningkatnya kasus monkeypox dalam satu dekade terakhir berkaitan erat dengan penurunan tingkat kekebalan populasi terhadap virus cacar, seiring dihentikannya program

vaksinasi massal setelah variola dinyatakan tereradikasi secara global. Vaksinasi terhadap cacar diketahui memiliki efektivitas protektif sebesar 85% dalam mencegah infeksi monkeypox. Selain itu, vaksinasi pasca-pajanan (*post-exposure prophylaxis*) dapat berperan dalam mencegah timbulnya gejala atau mengurangi tingkat keparahan penyakit, apabila diberikan dalam waktu yang tepat (Rimoin et al., 2010; Meyer et al., 2020).

Dalam rangka memahami karakteristik epidemiologis, pola transmisi, serta potensi dampak penyakit infeksi baru yang kembali muncul ini terhadap kesehatan masyarakat global, para peneliti dan organisasi kesehatan telah memanfaatkan pendekatan pemodelan matematika. Pemodelan ini menjadi alat analisis penting dalam memproyeksikan penyebaran penyakit dan mengevaluasi strategi pengendalian yang efektif. Menyikapi peningkatan kasus secara global, pada tanggal 23 Juli 2022, Organisasi Kesehatan Dunia (WHO) secara resmi menetapkan monkeypox sebagai *Public Health Emergency of International Concern* (PHEIC) atau Kejadian Luar Biasa Kesehatan Masyarakat yang Meresahkan Dunia (WHO, 2022). Salah satu faktor yang berkontribusi terhadap masih terbatasnya pemahaman mengenai penyakit monkeypox terletak pada mekanisme transmisinya yang belum sepenuhnya dipahami. Dinamika penularan monkeypox antara populasi manusia dan hewan, serta potensi dampak dari upaya isolasi bagi individu dengan gejala ringan dan perawatan rumah sakit bagi kasus berat dalam menurunkan laju penularan, menjadi aspek penting yang perlu ditelaah lebih lanjut. Selain itu, peran diagnosis dalam pengendalian penyebaran penyakit juga menjadi elemen kunci. Interaksi antara jalur transmisi manusia-ke-manusia dan manusia-ke-rodensia turut menjadi fokus eksplorasi dalam upaya memahami dan merancang strategi mitigasi yang lebih efektif terhadap penyebaran monkeypox.

Sejumlah penelitian telah menelaah beragam pendekatan pemodelan matematika untuk memahami dinamika penularan cacar monyet. Bhunu dan Mushayabasa (2011) menunjukkan bahwa dengan intervensi pengobatan yang dirancang secara cermat, penyakit ini berpotensi dapat diberantas tidak hanya dari manusia, tetapi juga dari primata non-manusia. Meski demikian, analisis awal mereka hanya mempertimbangkan jalur penularan utama tanpa melibatkan strategi intervensi apa pun. Model SIR yang dikembangkan oleh Bhunu dan Mushayabasa kemudian diperluas mencakup skenario dengan lebih dari dua populasi, serta laju kontak yang bergantung pada waktu, bukan sekadar konstan. Model ini menyelesaikan persoalan kestabilan asimtotik global dari keadaan endemik, yang sebelumnya belum diselesaikan (TeWinkel, 2019). Dengan menggunakan kalkulus fraksional dan data nyata dari Nigeria, mereka menelaah karakteristik virus cacar monyet serta mengevaluasi struktur model dengan menganalisis langkah-langkah pencegahan yang dapat memperjelas pemahaman masyarakat umum. Selain itu, mereka memperhitungkan campuran subpopulasi di daerah terbuka dan terpencil, serta interaksi dengan populasi hewan pengerat, untuk menyelidiki berbagai faktor yang dapat menurunkan laju penularan dan pengaruhnya terhadap angka reproduksi dasar. Penelitian oleh Peter et al. (2021) dan Maysaa et al. (2022) mengkaji kerangka pemodelan fraksional yang baru dalam menggambarkan model cacar monyet menggunakan operator diferensial orde fraksional berbasis kernel Mittag-Leffler terumum dengan pendekatan Atangana–Baleanu dalam lingkungan Caputo. Mereka menyelidiki dan memverifikasi kondisi kesetimbangan sistem berdasarkan ketahanannya, serta menganalisis kestabilan global dari titik endemik dengan metode matriks Jacobian dan ambang batas Routh-Hurwitz.

Pendekatan baru selanjutnya dalam penelitian ini dikembangkan dengan menggabungkan metode interpolasi polinomial dua langkah Lagrange dan konsep dasar kalkulus fraksional. Simulasi numerik dengan berbagai orde fraksional menunjukkan bahwa penurunan nilai orde dari satu ($\alpha < 1$) secara signifikan dapat memperlambat laju penyebaran virus monkeypox. Namun demikian, model tersebut belum mencakup kompartemen perawatan

di rumah sakit maupun moda transmisi tambahan yang berpotensi memperkaya pemahaman terhadap dinamika penyakit secara lebih komprehensif. Penelitian lanjutan oleh Samuel dan Joseph (2023) mengusulkan pemodelan transmisi antar manusia di Ghana dengan menggunakan turunan orde fraksional Atangana–Baleanu dalam pengertian Caputo. Model ini mengintegrasikan operator fraksional nonlokal dan tidak singular untuk menangkap karakteristik dinamis sistem secara lebih realistis. Studi lain oleh Maria et al. (2023) memfokuskan perhatian pada kasus yang terjadi pada kelompok laki-laki yang melakukan hubungan seksual dengan sesama laki-laki (MSM), dan meneliti kemungkinan bahwa penurunan jumlah kasus monkeypox berkaitan dengan berkurangnya jumlah individu rentan pada kelompok tersebut. Kerangka model yang dikembangkan memperhitungkan perubahan perilaku, seperti penurunan jumlah pasangan seksual kasual dan periode isolasi yang lebih singkat, berdasarkan data epidemiologis dari Belanda. Meskipun demikian, model tersebut hanya berfokus pada transmisi virus antar manusia dan belum mencakup strategi intervensi maupun dinamika lintas spesies.

Sebagian besar model yang telah dikembangkan hingga saat ini masih terbatas pada aspek transmisi antar manusia. Padahal, keterlibatan vektor zoonotik, seperti rodensia, memiliki peran penting dalam mempertahankan sirkulasi virus di alam, pendekatan yang banyak digunakan adalah pemodelan matematika. Bolaji et al. (2024) mengembangkan model berbasis sistem diferensial SEIR dengan mempertimbangkan interaksi antara manusia dan hewan pengerat, serta intervensi berupa isolasi, diagnosis, dan hospitalisasi. Namun, model tersebut belum mengintegrasikan vaksinasi sebagai strategi pengendalian penyakit. Seiring kemajuan teknologi medis, vaksin untuk cacar monyet telah dikembangkan dan menunjukkan efektivitas dalam mencegah infeksi. Oleh karena itu, studi ini bertujuan untuk mengembangkan model Bolaji et al. dengan menambahkan intervensi vaksinasi ke dalam sistem. Fokus utama adalah menganalisis pengaruh efikasi vaksin dan laju vaksinasi terhadap dinamika penyebaran penyakit. Oleh karena itu, penelitian ini mengusulkan model SVEIQHR untuk manusia dan SEIR untuk hewan, serta strategi intervensi berupa isolasi, diagnosis, dan perawatan untuk meminimalkan penyebaran.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan studi kuantitatif berbasis pemodelan matematika deterministik yang bertujuan mengembangkan model penyebaran cacar monyet melalui pendekatan kompartemen. Model yang digunakan merupakan modifikasi dari model yang dikembangkan oleh Bolaji 2024, dengan penambahan kompartemen vaksinasi. Struktur model untuk populasi manusia dikembangkan menjadi tujuh kompartemen, yaitu: rentan S_h , divaksinasi V_h , terpapar E_h , infeksius I_h , terisolasi Q_h , dirawat di rumah sakit H_h , dan sembuh R_h . Sedangkan untuk populasi hewan pengerat sebagai reservoir zoonotik, digunakan struktur SEI: rentan S_r , terpapar E_r , dan infeksius I_r .

Formulasi model dinyatakan dalam bentuk sistem persamaan diferensial biasa yang menggambarkan laju perubahan jumlah individu dalam tiap kompartemen terhadap waktu. Penularan penyakit diasumsikan terjadi melalui kontak langsung antara individu rentan dan individu infeksius, baik dari manusia maupun dari hewan pengerat. Intervensi vaksinasi dimodelkan melalui laju vaksinasi ν dan efikasi ϵ , yang memungkinkan individu dari S_h berpindah ke V_h . Efektivitas vaksin yang tidak sempurna direpresentasikan melalui peluang infeksi residual sebesar $(1 - \epsilon)$.

Sistem persamaan diferensial (1) untuk populasi manusia adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\frac{dS_h}{dt} &= \Lambda_h - \left(\frac{\beta_r I_r + \beta_h I_h}{N_h} \right) S_h - \nu S_h - \mu_h S_h \\ \frac{dV_h}{dt} &= \nu S_h - (1 - \epsilon) \left(\frac{\beta_r I_r + \beta_h I_h}{N_h} \right) V_h - \mu_h V_h \\ \frac{dE_h}{dt} &= \left(\frac{\beta_r I_r + \beta_h I_h}{N_h} \right) S_h + (1 - \epsilon) \left(\frac{\beta_r I_r + \beta_h I_h}{N_h} \right) V_h - (\theta_1 + \mu_h) E_h \\ \frac{dI_h}{dt} &= \theta_1 E_h - (\theta_2 + \theta_3 + \mu_h + \delta_h + \tau) I_h \\ \frac{dQ_h}{dt} &= \theta_3 I_h - (\theta_5 + \mu_h + \delta_h) Q_h \\ \frac{dH_h}{dt} &= \theta_2 I_h - (\theta_4 + \delta_h + \mu_h) H_h \\ \frac{dR_h}{dt} &= \theta_4 H_h + \theta_5 Q_h - \mu_h R_h \\ \text{Untuk hewan rodensia:} \\ \frac{dS_r}{dt} &= \Lambda_r - \left(\frac{\beta_1 I_r + \beta_2 I_h}{N_r} \right) S_r - \mu_r S_r \\ \frac{dE_r}{dt} &= \left(\frac{\beta_1 I_r + \beta_2 I_h}{N_r} \right) S_r - (\mu_r + \gamma_1) E_r \\ \frac{dI_r}{dt} &= \gamma_1 E_r - (\mu_r + \delta_r + \gamma_2) I_r \\ \frac{dR_r}{dt} &= \gamma_2 I_r + \mu_r R_r\end{aligned}$$

Populasi total masing-masing:

$$[N_h = S_h + V_h + E_h + I_h + Q_h + H_h + R_h, \quad N_r = S_r + E_r + I_r + R_r]$$

Berdasarkan sistem model dan tabel yang diberikan, nilai parameter yang sesuai dengan struktur model SVEIQHR–SEIR adalah pada tabel 1 berikut :

Tabel 1. Nilai Parameter Model SVEIQHR–SEIR

Parameter	Deskripsi	Nilai
Λ_h	Laju rekrutmen populasi manusia	10 orang/hari
Λ_r	Laju rekrutmen populasi rodensia	20 ekor/hari
β_h	Laju Penularan manusia ke manusia	0.35 hari ⁻¹
β_r	Laju Penularan rodensia ke manusia	0.15 hari ⁻¹
β_1	Laju Penularan manusia ke rodensia	0.25 hari ⁻¹
β_2	Laju Penularan rodensia ke rodensia	0.2 hari ⁻¹
θ_1	Laju individu terpapar ke individu terinfeksi (inkubasi ~7–14 hari)	1/14 hari ⁻¹
θ_2	Laju individu terinfeksi ke manusia yang masuk rumah sakit (RS bagi kasus berat)	1/5 hari ⁻¹
θ_3	Laju individu terinfeksi ke karantina (isolasi ringan)	1/7 hari ⁻¹

θ_4	Laju emulihan dari rumah sakit ($H_h \rightarrow R_h$)	$1/14 \text{ hari}^{-1}$
θ_5	Laju emulihan dari isolasi ($Q_h \rightarrow R_h$)	$1/10 \text{ hari}^{-1}$
γ_1	Laju hewan terpapar ke terinfeksi (inkubasi hewan ~8 hari)	$1/8 \text{ hari}^{-1}$
γ_2	Laju hewan terinfeksi ke sembuh (hewan rodensia sembuh ~10 hari)	$1/10 \text{ hari}^{-1}$
τ	Deteksi manusia ($I_h \rightarrow$ isolasi)	$1/3 \text{ hari}^{-1}$
μ_h	Kematian alami manusia	$1/70 \cdot 365 \text{ hari}^{-1}$
μ_r	Kematian alami rodensia	$1/365 \text{ hari}^{-1}$
δ_h	Kematian akibat Monkeypox pada manusia	0.003 hari^{-1}
δ_r	Kematian akibat Monkeypox pada rodensia	0.001 hari^{-1}
ϵ	Efektivitas vaksin (jika digunakan)	0.85
ν	Tingkat vaksinasi	0.01 hari^{-1}

Titik Ekuilibrium

a. DFE (Disease Free Equilibrium)

DFE adalah titik ekuilibrium saat tidak ada infeksi dalam populasi, yaitu:

$$E_h = I_h = Q_h = H_h = E_r = I_r = 0$$

Artinya, hanya kompartemen rentan (S), divaksinasi (V), dan sembuh (R) yang bernilai positif.

Titik DFE $\mathcal{E}_0$ dari sistem:

$$\mathcal{E}_0 = (S_h^0, V_h^0, E_h^0 = 0, I_h^0 = 0, Q_h^0 = 0, H_h^0 = 0, R_h^0, S_r^0, E_r^0 = 0, I_r^0 = 0, R_r^0)$$

dimana

$$\frac{dS_h}{dt} = \Lambda_h - \nu S_h - \mu_h S_h = 0 \Rightarrow S_h^0 = \frac{\Lambda_h}{\nu + \mu_h}$$

$$\frac{dV_h}{dt} = \nu S_h - \mu_h V_h = 0 \Rightarrow V_h^0 = \frac{\nu}{\mu_h} S_h^0 = \frac{\nu \Lambda_h}{\mu_h (\nu + \mu_h)}$$

$$\frac{dR_h}{dt} = 0 - \mu_h R_h = 0 \Rightarrow R_h^0 = 0$$

$$\frac{dS_r}{dt} = \Lambda_r - \mu_r S_r = 0 \Rightarrow S_r^0 = \frac{\Lambda_r}{\mu_r}$$

$$\frac{dR_r}{dt} = \mu R_r = 0 \Rightarrow R_r^0 = 0$$

Sehingga titik DFE:

$$\mathcal{E}_0 = \left(\frac{\Lambda_h}{\nu + \mu_h}, \frac{\nu \Lambda_h}{\mu_h (\nu + \mu_h)}, 0, 0, 0, 0, 0, \frac{\Lambda_r}{\mu_r}, 0, 0, 0 \right)$$

b. Titik Endemik

Titik endemik (*Endemic Equilibrium Point*) adalah suatu keadaan keseimbangan dinamis di mana penyakit tetap ada dalam populasi secara konstan dari waktu ke waktu, tanpa punah maupun meledak menjadi wabah. Pada titik ini, jumlah individu dalam setiap kelas

populasi (seperti rentan, terinfeksi, sembuh, dsb.) tetap konstan, dan jumlah individu yang terinfeksi tidak nol.

$$[\Phi_{MEE} = (S_h^*, V_h^*, E_h^*, I_h^*, Q_h^*, H_h^*, R_h^*, S_r^*, E_r^*, I_r^*, R_r^*)]$$

Dengan demikian sistem (1)

$$\begin{aligned} S_h^* &= \frac{\Lambda_h (\theta_2 + \theta_3 + \mu_h + \delta_h + \tau)}{\nu\tau + \nu\delta_h + \nu\mu_h + \nu\theta_2 + \nu\theta_3 + \tau\mu_h + \delta_h\mu_h + \mu_h^2 + \mu_h\theta_2 + \mu_h\theta_3} \\ V_h^* &= \frac{\nu\Lambda_h(\tau + \delta_h + \mu_h + \theta_2 + \theta_3)^2}{\epsilon\nu(\tau + \delta_h + \mu_h + \theta_2 + \theta_3) + \epsilon\mu_h(\beta_h\theta_1 + \beta_r(\tau + \delta_h + \mu_h + \theta_2 + \theta_3))^2} \\ E_h^* &= \frac{\beta_h + \mu_h}{(\beta_r + \beta_h)(\theta_2 + \theta_3 + \mu_h + \delta_h)} (S_h^* + V_h^*) \\ I_h^* &= \frac{\theta_1 E_h^*}{\theta_2 + \theta_3 + \mu_h + \delta_h + \tau} \\ Q_h^* &= \frac{\theta_3\theta_1}{(\tau + \theta_3 + \theta_2)\delta_h + \theta_5(\tau + \delta_h + \mu_h + \delta_h^2 + \theta_2 + \theta_3) + (\delta_h + \theta_3 + \theta_2 + \mu_h + \tau)\mu_h} \\ H_h^* &= \frac{\theta_3\theta_1}{(\tau + 2\mu_h + \delta_h + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4)\delta_h + (\tau + \mu_h + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4)\mu_h + (\tau + \theta_2 + \theta_3)\theta_4} \\ R_h^* &= \frac{\mu_h\delta_h I_h^* + \gamma_1 Q_h^* + \gamma_2 H_h^*}{(\delta_r + \gamma_1 + \gamma_2 + \mu_r)\Lambda_r} \\ S_r^* &= \frac{\gamma_1(\beta_h + \beta_r - \delta_r - \gamma_2)}{\gamma_1(\beta_h + \beta_r - \delta_r - \gamma_2)} \\ E_r^* &= \frac{(\beta_h\gamma_1 + \beta_r\gamma_1 - \delta_r\gamma_1 - \delta_r\mu_r - \gamma_1\gamma_2 - \gamma_1\mu_r - \gamma_2\mu_r - \mu_r^2)\Lambda_r}{\gamma_1(\beta_h\gamma_1 + \beta_r\gamma_1 - \delta_r\gamma_1 - \delta_r\mu_r - \gamma_1\gamma_2 - \gamma_2\mu_r - \mu_r^2)} \\ I_r^* &= \frac{(\beta_h\gamma_1 + \beta_r\gamma_1 - \delta_r\gamma_1 - \gamma_2\mu_r - \mu_r^2)\Lambda_r}{\beta_h\beta_r\delta_r\gamma_1\gamma_2(\delta_r\gamma_1 + \beta_h\delta_r\mu_r + \beta_h\gamma_1\gamma_2 + \beta_h\gamma_1\mu_r + \beta_h\gamma_2\mu_r + \beta_h\mu_r^2)} \\ R_r^* &= \frac{\gamma_2(\beta_h\gamma_1 + \beta_r\gamma_1 - \delta_r\gamma_1 - \gamma_2\mu_r - \mu_r^2)\Lambda_r}{(\delta_r\gamma_1 + \beta_h\delta_r\mu_r + \beta_h\gamma_1\gamma_2 + \beta_h\gamma_1\mu_r + \beta_h\gamma_2\mu_r + \beta_h\mu_r^2)\mu_r} \end{aligned}$$

Bilangan Reproduksi Dasar (R_0)

Bilangan reproduksi dasar, disimbolkan dengan R_0 , merupakan parameter penting yang menunjukkan jumlah rata-rata infeksi sekunder yang ditularkan oleh satu individu yang terinfeksi ke populasi yang seluruhnya rentan. Nilai ini menentukan apakah suatu penyakit dapat menyebar dalam populasi atau tidak. Nilai R_0 dihitung dengan menggunakan pendekatan operator generasi berikutnya pada kondisi kesetimbangan bebas infeksi (DFE), melalui metode matriks generasi berikutnya. Dalam metode ini, dibentuk dua matriks: satu untuk menggambarkan laju infeksi baru, dan satu lagi untuk transisi antar kompartemen lainnya. Kita fokus hanya pada kompartemen yang berperan dalam **penyebaran infeksi**, yaitu: Untuk manusia: E_h, I_h dan hewan pengerat: E_r, I_r , maka nilai R_0 :

$$R_0 = \frac{(\beta_h + \beta_r) \cdot \theta_1}{(\theta_1 + \mu_h)(\theta_2 + \theta_3 + \mu_h + \delta_h + \tau)} + \frac{(\beta_1 + \beta_2) \cdot \gamma_1}{(\gamma_1 + \mu_r)(\gamma_2 + \mu_r + \delta_r)}$$

Titik kesetimbangan bebas penyakit akan **stabil secara lokal dan asimtotik** jika $R_0 < 1$, dan akan **tidak stabil** jika $R_0 > 1$.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil

Analisis sensitivitas digunakan untuk mengetahui sejauh mana perubahan suatu parameter independen dapat memengaruhi variabel dependen tertentu dalam suatu model, berdasarkan seperangkat asumsi tertentu (Kalyan et al. 2021; Victorr et al. 2020). Indeks

sensitivitas maju ternormalisasi dari suatu variabel terhadap suatu parameter didefinisikan sebagai rasio perubahan relatif variabel tersebut terhadap perubahan relatif pada parameternya. Jika variabel tersebut merupakan fungsi terdiferensial terhadap parameter, maka indeks sensitivitas juga dapat didefinisikan melalui turunan parsial. Nilai-nilai parameter yang digunakan dalam model diambil dari literatur sebagaimana tercantum pada Tabel 1.

Karena bilangan reproduksi dasar R_0 memberikan wawasan tentang potensi penyebaran penyakit di masa depan, maka dilakukan analisis sensitivitas untuk mengetahui parameter mana yang paling berpengaruh terhadap nilai R_0 . Dalam penelitian ini, kami menggunakan bentuk ekspresi indeks sensitivitas terhadap parameter vvv sebagai berikut:

$$\Psi_v^{R_0} = \frac{v}{R_0} \cdot \frac{\partial R_0}{\partial v}$$

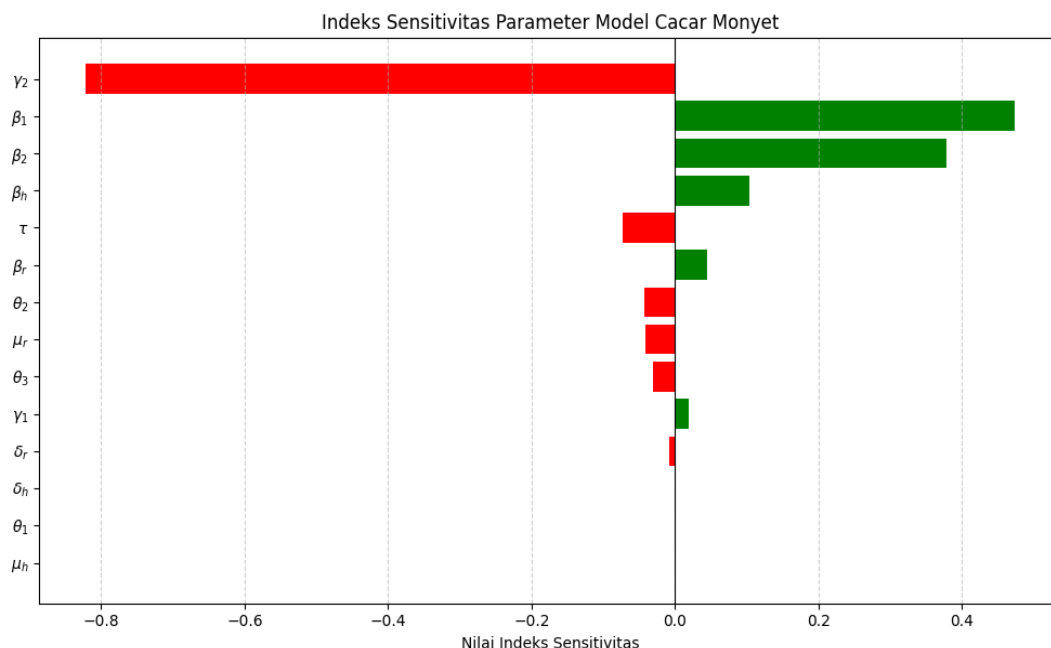
Model kami mendefinisikan bilangan reproduksi dasar R_0 sebagai berikut:

$$R_0 = \frac{(\beta_h + \beta_r) \cdot \theta_1}{(\theta_1 + \mu_h)(\theta_2 + \theta_3 + \mu_h + \delta_h + \tau)} + \frac{(\beta_1 + \beta_2) \cdot \gamma_1}{(\gamma_1 + \mu_r)(\gamma_2 + \mu_r + \delta_r)}$$

Indeks sensitivitas negatif menunjukkan bahwa nilai parameter tersebut berbanding terbalik dengan R_0 , artinya jika parameter meningkat maka R_0 akan menurun. Sebaliknya, indeks sensitivitas yang positif menunjukkan bahwa peningkatan nilai parameter akan meningkatkan nilai R_0 , dan dengan demikian memperbesar potensi penyebaran cacar monyet (*monkeypox*). Hasil estimasi indeks sensitivitas untuk setiap parameter terhadap R_0 disajikan dalam Tabel 2. Dari tabel tersebut, dapat dilihat bahwa peningkatan nilai parameter seperti θ_2 , μ_h , δ_h dan τ akan menurunkan nilai R_0 . Sebaliknya, peningkatan parameter β_h , β_r , β_1 , β_2 dan θ_1 akan memperbesar potensi penyebaran penyakit. Berikut adalah hasil **analisis sensitivitas numerik** dari angka reproduksi dasar R_0 terhadap parameter-parameter model:

Tabel 2. Indeks Sensitivitas Terhadap Parameter

Parameter	Indeks Sensitivitas
β_h	0.1034
β_r	0.0443
θ_1	0.0001
θ_2	-0.0435
θ_3	-0.0311
μ_h	0
δ_h	-0.0007
τ	-0.0725
β_1	0.4735
β_2	0.3788
γ_1	0.0183
γ_2	-0.8215
μ_r	-0.0408
δ_r	-0.0082



Gambar 1. Grafik Indeks Sensitivitas Parameter *Monkeypox*

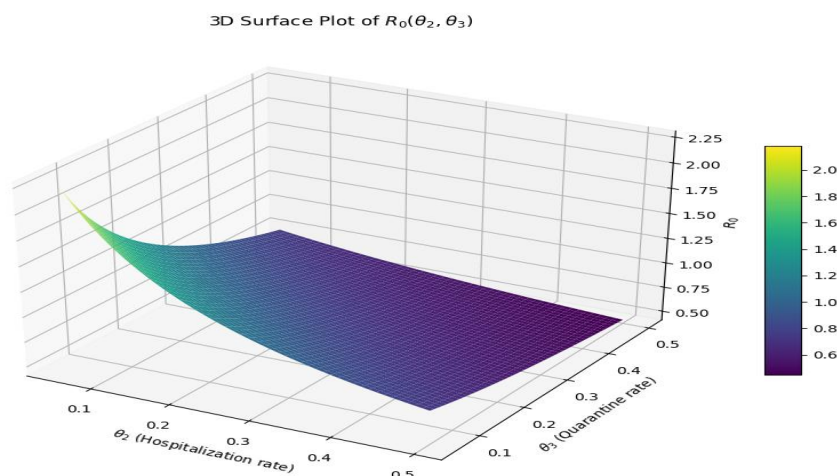
Gambar 1 memperlihatkan pengaruh masing-masing parameter dalam model terhadap angka reproduksi dasar (R_0) cacar monyet. Indeks sensitivitas positif ditunjukkan dengan batang berwarna hijau, yang artinya semakin besar nilai parameter tersebut maka nilai R_0 juga akan meningkat, sehingga potensi penyebaran penyakit bertambah. Sebaliknya, indeks sensitivitas negatif ditunjukkan dengan batang berwarna merah. Hal ini berarti bahwa peningkatan nilai parameter tersebut justru akan menurunkan R_0 , sehingga mampu mengurangi laju penyebaran penyakit.

Dari hasil analisis terlihat bahwa parameter β_1 dan β_2 memiliki indeks sensitivitas positif paling besar. Hal ini menunjukkan bahwa penularan melalui kontak antara rodensia dengan rodensia (β_1) maupun antara manusia dengan rodensia (β_2) merupakan faktor dominan yang memperbesar penyebaran penyakit. Selain itu, parameter β_h (penularan manusia ke manusia) dan γ_1 (laju perkembangan rodensia dari fase terpapar menjadi infeksi) juga berkontribusi positif terhadap peningkatan nilai R_0 , meskipun dengan pengaruh yang lebih kecil.

Sebaliknya, parameter γ_2 memiliki indeks sensitivitas negatif yang sangat tinggi. Artinya, semakin cepat rodensia yang terinfeksi sembuh atau keluar dari kondisi infeksi, maka penyebaran cacar monyet akan semakin berkurang. Demikian juga dengan parameter τ (laju deteksi dan isolasi pada manusia), θ_2 dan θ_3 (laju masuk rumah sakit atau karantina), serta δ_h dan δ_r (tingkat kematian akibat infeksi), semuanya memberikan kontribusi negatif terhadap nilai R_0 , meskipun dengan besaran pengaruh yang berbeda-beda.

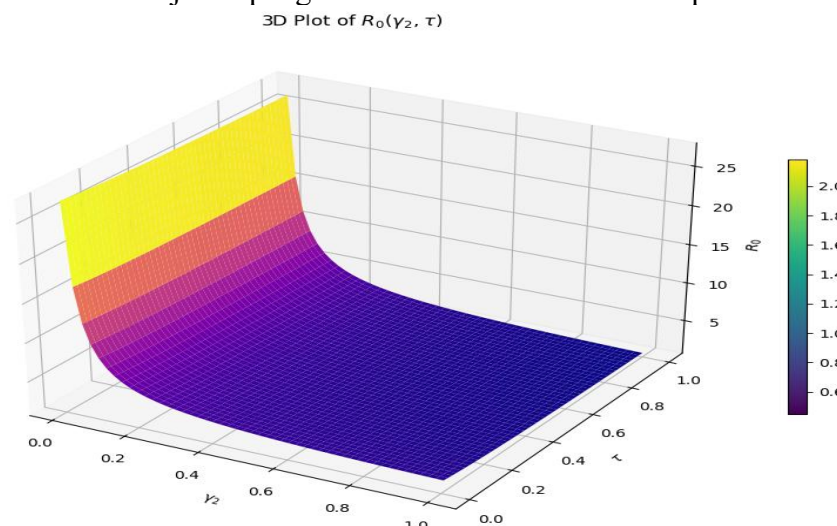
Secara keseluruhan, analisis sensitivitas ini menunjukkan bahwa upaya pengendalian penyakit sebaiknya difokuskan pada dua aspek utama. Pertama, mengurangi laju penularan, terutama yang melibatkan rodensia sebagai reservoir, karena parameter terkait penularan memiliki dampak terbesar terhadap peningkatan R_0 . Kedua, meningkatkan efektivitas deteksi dini, isolasi, dan perawatan pada manusia serta mempercepat pemulihan individu terinfeksi, baik pada manusia maupun rodensia. Dengan strategi tersebut, nilai R_0 dapat ditekan sehingga penyebaran cacar monyet di populasi dapat lebih terkendali.

Untuk melihat pengaruh R_0 terhadap parameter θ_2 , θ_3 dan γ_2 , τ juga β_1 , β_2 dalam bentuk **grafik 3D**, terhadap parameter sensitivitas tersaji dalam gambar berikut:



Gambar 2. Hasil Simulasi Parameter θ_2, θ_3 Terhadap R_0

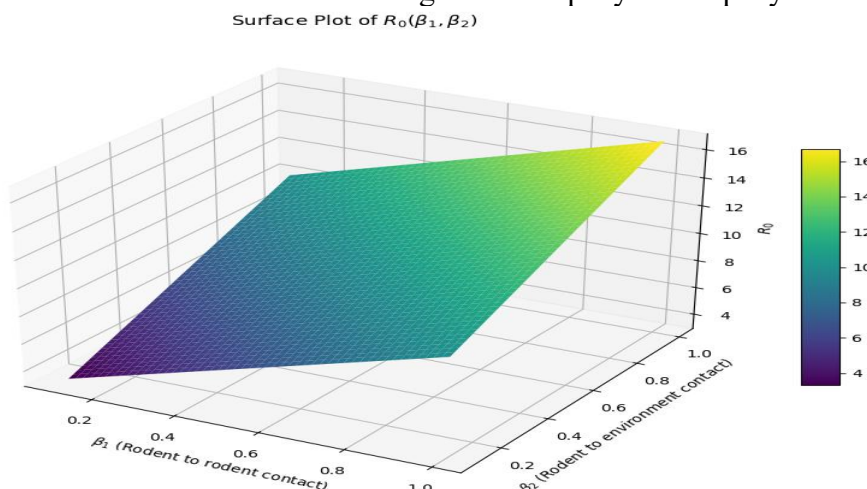
Berdasarkan gambar 2 hasil simulasi tiga dimensi pada gambar 2a terhadap parameter θ_2 (laju rawat inap) dan θ_3 (laju karantina) menunjukkan bahwa keduanya memiliki pengaruh negatif terhadap nilai bilangan reproduksi dasar R_0 . Artinya, peningkatan nilai θ_2 maupun θ_3 secara simultan dapat menurunkan R_0 , sehingga dapat membantu mengendalikan penyebaran penyakit. Penurunan ini tidak selalu bersifat linier, melainkan menunjukkan gejala *diminishing return*, di mana setelah ambang tertentu, tambahan peningkatan pada kedua parameter memberikan pengaruh yang lebih kecil terhadap penurunan R_0 . Temuan ini mengindikasikan bahwa strategi intervensi melalui peningkatan kapasitas rawat inap dan efektivitas karantina memiliki potensi signifikan dalam menurunkan laju penularan penyakit, serta dapat dijadikan acuan dalam perumusan kebijakan pengendalian berbasis sensitivitas parameter model.



Gambar 3. Hasil Simulasi Parameter γ_2, τ Terhadap R_0

Untuk gambar 3 peningkatan nilai γ_2 secara signifikan menurunkan R_0 , mengindikasikan bahwa intervensi pada hewan sebagai reservoir penyakit sangat efektif dalam menghambat transmisi. Di sisi lain, meskipun efeknya lebih moderat, peningkatan τ juga berkontribusi dalam menurunkan R_0 , menegaskan pentingnya intervensi berbasis manusia seperti isolasi dan pengobatan. Secara keseluruhan, hasil ini menekankan perlunya strategi

pengendalian yang terintegrasi di dua tingkat—baik pada populasi hewan maupun manusia untuk menekan nilai R_0 di bawah satu dan mengendalikan penyebaran penyakit secara efektif.



Gambar 4. Hasil Simulasi Parameter β_1, β_2 Terhadap R_0

Gambar 4 diatas terjadi peningkatan nilai β_1 dan β_2 yang masing-masing merepresentasikan laju kontak penularan antar-rodensia dan antara rodensia dengan lingkungan—secara langsung berkontribusi pada peningkatan nilai bilangan reproduksi dasar R_0 . Pola ini mencerminkan pentingnya dinamika penularan di tingkat hewan sebagai faktor pendorong utama dalam penyebaran penyakit, mengingat keduanya memperkuat bagian hewan dari formula R_0 . Oleh karena itu, strategi pengendalian yang difokuskan pada pengurangan peluang kontak antar-hewan serta penularan lingkungan, seperti sanitasi habitat dan pengendalian populasi rodensia, sangat krusial dalam menurunkan potensi penyebaran penyakit dari hewan ke manusia dan dalam mengendalikan wabah secara keseluruhan. Oleh karena itu, pengendalian penularan selain vaksin karantina dan pengobatan pada manusia maka di sektor hewan menjadi aspek penting dalam strategi mitigasi.

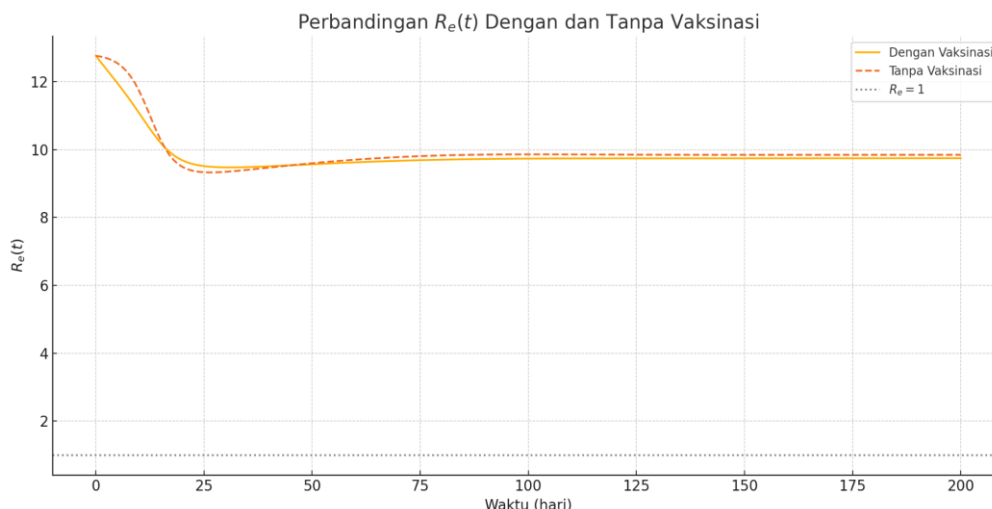
Selanjutnya mencari pengaruh vaksinasi terhadap penyakit, ditentukan dengan nilai $R_e(t)$, atau *effective reproduction number*, berasal dari turunan R_0 (basic reproduction number), yang dimodifikasi oleh perubahan populasi rentan terhadap waktu. Secara umum:

$$R_e(t) = R_0 \cdot \frac{S(t)}{N(t)}$$

Maka, $R_e(t)$ disesuaikan sebagai:

$$R_e(t) = \left(\frac{S_h(t) + (1 - \epsilon)V_h(t)}{N_h(t)} \right) \cdot \underbrace{\frac{(\beta_h + \beta_r) \cdot \theta_1}{(\theta_1 + \mu_h)(\theta_2 + \theta_3 + \mu_h + \delta_h + \tau)}}_{\text{Transmisi manusia}} + \underbrace{\frac{(\beta_1 + \beta_2) \cdot \gamma_1}{(\gamma_1 + \mu_r)(\gamma_2 + \mu_r + \delta_r)}}_{\text{Transmisi rodensia}}$$

Untuk perbandingan nilai $R_e(t)$ (angka reproduksi efektif) antara skenario dengan vaksinasi dan tanpa vaksinasi pada grafik berikut:



Gambar 5. Perbandingan $R_e(t)$ antara skenario dengan vaksinasi dan tanpa vaksinasi

Gambar 5 menunjukkan perbandingan nilai $R_e(t)$ (angka reproduksi efektif) antara skenario dengan vaksinasi dan tanpa vaksinasi. Tanpa vaksinasi nilai $R_e(t)$ tetap lebih tinggi sepanjang waktu karena seluruh populasi rentan terhadap infeksi. Sedangkan dengan vaksinasi nilai $R_e(t)$ lebih rendah karena sebagian individu telah divaksinasi dan memiliki perlindungan (efektivitas vaksin ϵ), sehingga menurunkan jumlah individu rentan efektif. Garis putus-putus abu-abu menunjukkan ambang $R_e = 1$. Jika $R_e(t) < 1$, maka infeksi akan menurun seiring waktu. Sehingga vaksinasi mampu menurunkan nilai $R_e(t)$, meskipun tidak memengaruhi R_0 secara langsung, karena $R_e(t)$ mempertimbangkan jumlah individu rentan yang berubah akibat vaksin.

Pembahasan

Hasil simulasi yang dilakukan dalam studi ini menunjukkan bahwa nilai bilangan reproduksi dasar R_0 sangat dipengaruhi oleh sejumlah parameter kunci berdasarkan analisis sensitivitas. Parameter dengan sensitivitas tertinggi terhadap R_0 mencakup γ_2 , β_1 , dan β_2 , yang masing-masing mencerminkan laju pemulihan pada populasi hewan serta tingkat penularan dari hewan ke manusia dan antar manusia. Nilai sensitivitas negatif yang besar pada γ_2 mengindikasikan bahwa peningkatan efisiensi eliminasi infeksi pada populasi rodensia dapat secara signifikan menurunkan nilai R_0 , sejalan dengan temuan Bhunu dan Mushayabasa (2011) yang menunjukkan potensi pemberantasan penyakit melalui pengendalian pada reservoir hewan. Sementara itu, sensitivitas positif dari β_1 dan β_2 menegaskan pentingnya pengurangan laju kontak dalam menekan laju penularan, sebagaimana juga ditekankan dalam pendekatan Bolaji et al. (2024) yang mempertimbangkan transmisi lintas spesies.

Selain itu, parameter intervensi manusia seperti τ , θ_2 , dan θ_3 , yang berkaitan dengan isolasi, diagnosis, dan perawatan, menunjukkan kontribusi negatif terhadap R_0 , meskipun dampaknya relatif lebih moderat. Temuan ini konsisten dengan studi Maria et al. (2023), yang menyoroti pentingnya perubahan perilaku dan upaya mitigasi berbasis manusia dalam mengendalikan penyebaran penyakit di populasi rentan. Namun, studi ini juga memperkenalkan intervensi **vaksinasi** sebagai komponen tambahan dalam model, meskipun parameter vaksin belum tercermin secara eksplisit dalam formulasi R_0 . Kendati demikian, keberadaan kompartemen vaksinasi di dalam model dapat mengurangi populasi rentan secara langsung, yang pada gilirannya berkontribusi terhadap penurunan R_0 secara tidak langsung dengan memutus rantai transmisi.

Peran vaksinasi sebagai intervensi modern didasarkan pada perkembangan terbaru dalam teknologi medis yang menunjukkan efektivitas tinggi dalam pencegahan infeksi cacar monyet. Dengan demikian, penambahan vaksinasi ke dalam model ini memperkuat kerangka kerja pengendalian yang lebih menyeluruh, melengkapi intervensi yang telah ada seperti isolasi dan pengobatan. Pendekatan ini konsisten dengan arahan penelitian fraksional mutakhir oleh Peter et al. (2021) dan Samuel dan Joseph (2023), yang mendorong penggunaan model dinamis berbasis populasi campuran dan mekanisme perlindungan multi-level. Keseluruhan hasil simulasi ini menekankan perlunya strategi pengendalian terintegrasi yang melibatkan intervensi pada manusia dan hewan, serta dukungan vaksinasi sebagai upaya pencegahan jangka panjang untuk menurunkan R_0 hingga di bawah satu dan mengeliminasi risiko wabah secara berkelanjutan.

KESIMPULAN

Penelitian ini mengembangkan model matematika berbasis sistem persamaan diferensial untuk menggambarkan dinamika penyebaran virus cacar monyet dengan melibatkan dua populasi utama, yaitu manusia dan hewan rodensia. Model ini memperkenalkan kompartemen tambahan seperti individu divaksinasi dan yang menjalani isolasi atau perawatan rumah sakit, yang mencerminkan strategi intervensi aktual dalam penanganan wabah. Analisis terhadap titik kesetimbangan menunjukkan bahwa terdapat dua kemungkinan keadaan sistem, yaitu bebas penyakit dan endemik. Nilai bilangan reproduksi dasar R_0 diperoleh dari kontribusi penularan antara manusia dan antara hewan, dan menjadi indikator utama untuk menilai potensi penyebaran penyakit.

Melalui analisis sensitivitas, diperoleh bahwa parameter-parameter seperti laju kontak antar spesies (β_1, β_2) dan antar manusia (β_h), serta laju transisi dari terinfeksi ke kondisi isolasi (θ_3) dan ke rumah sakit (θ_2), memiliki pengaruh signifikan terhadap nilai R_0 . Parameter lainnya seperti tingkat diagnosis (τ) dan laju pemulihan hewan (γ_2) juga mempengaruhi dinamika penularan. Simulasi numerik memperlihatkan bahwa peningkatan laju isolasi dan perawatan secara efektif menurunkan nilai R_0 , yang menandakan pentingnya respons medis yang cepat dalam upaya pengendalian wabah. Dengan demikian, strategi intervensi yang difokuskan pada deteksi dini, isolasi kasus, dan pengurangan laju kontak menunjukkan hasil yang efektif dalam menurunkan risiko transmisi lebih lanjut.

Meskipun parameter vaksinasi tidak secara langsung muncul dalam ekspresi R_0 , keberadaannya tetap memainkan peran krusial dalam mengurangi jumlah individu yang rentan terhadap infeksi. Kompartemen individu divaksinasi (V_h) dalam model ini memberikan perlindungan parsial terhadap penularan, tergantung pada efikasi vaksin yang digunakan. Dengan menurunnya jumlah individu rentan, laju infeksi keseluruhan menurun secara signifikan, yang pada akhirnya menekan pertumbuhan populasi infeksius baik pada manusia maupun rodensia. Oleh karena itu, pengintegrasian vaksinasi dalam strategi pengendalian meski dampaknya tidak eksplisit dalam rumusan R_0 merupakan komponen penting dalam mendorong tercapainya kestabilan bebas penyakit dalam jangka panjang.

DAFTAR PUSTAKA

- Bhatter, S., et al. (2023). A new fractional mathematical model to study the impact of vaccination on COVID-19 outbreaks. *Decision Analytics Journal*, 6, 100156.
- Bhunu, C. P., & Mushayabasa, S. (2011). Mathematical analysis of a model for the transmission of human monkeypox. *Journal of Biological Systems*, 19(2), 251–269. <https://doi.org/10.1142/S0218339011003923>

- Bolaji, A. O., et al. (2024). A mathematical model of monkeypox transmission dynamics incorporating isolation, diagnosis, and hospitalization. *Infectious Disease Modelling*, 9, 30–48. <https://doi.org/10.1016/j.idm.2024.01.002>
- Bunge, E. M., et al. (2022). The changing epidemiology of human monkeypox—A potential threat? A systematic review. *PLoS Neglected Tropical Diseases*, 16(2), e0010141.
- Hutson, C. L., et al. (2013). Comparison of monkeypox virus clade virulence in animal models. *Viruses*, 5(10), 2765–2787. <https://doi.org/10.3390/v5102765>
- Jose, S. A., et al. (2024). Computational dynamics of a fractional order model of chickenpox spread in Phuket province. *Biomedical Signal Processing and Control*, 91, 105994.
- Kementerian Kesehatan Republik Indonesia. (2023). *Laporan perkembangan kasus dan respons cacar monyet (Monkeypox) di Indonesia*. Direktorat Jenderal Pencegahan dan Pengendalian Penyakit, Kemenkes RI.
- Maria, E. T., et al. (2023). Behavioral change and declining monkeypox incidence among MSM in the Netherlands. *Eurosurveillance*, 28(1), 2300010. <https://doi.org/10.2807/1560-7917.ES.2023.28.1.2300010>
- Maysaa, A., et al. (2022). Stability and sensitivity analysis of a monkeypox model using fractional differential equations with Mittag-Leffler kernel. *Mathematics*, 10(10), 1650. <https://doi.org/10.3390/math10101650>
- Meyer, H., et al. (2017). Outbreaks of disease suspected of being due to human monkeypox virus infection in the Democratic Republic of Congo in 2001. *The Journal of Infectious Diseases*, 216(5), 529–536. <https://doi.org/10.1093/infdis/jiz070>
- Peter, M., et al. (2021). A new fractional monkeypox model using Atangana–Baleanu–Caputo operator. *Advances in Difference Equations*, 2021(1), 363. <https://doi.org/10.1186/s13662-021-03534-2>
- Rimoin, A. W., et al. (2010). Major increase in human monkeypox incidence 30 years after smallpox vaccination campaigns cease in the Democratic Republic of Congo. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 107(37), 16262–16267. <https://doi.org/10.1073/pnas.1005769107>
- Samuel, A. A., & Joseph, A. Y. (2023). Mathematical modeling of monkeypox virus in Ghana using fractional derivatives. *Results in Applied Mathematics*, 21, 100344. <https://doi.org/10.1016/j.rinam.2023.100344>
- TeWinkel, K. M. (2019). Global stability analysis of an SIR model with nonlinear incidence and vaccination. *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, 46, 191–205. <https://doi.org/10.1016/j.nonrwa.2018.08.004>
- World Health Organization. (2022, July 23). *WHO Director-General declares the ongoing monkeypox outbreak a Public Health Emergency of International Concern*. <https://www.who.int/news/item/23-07-2022-who-director-general-declares-the-ongoing-monkeypox-outbreak-a-public-health-event-of-international-concern>
- Worldometer. (2022). *United States population*. <https://www.worldometers.info/world-population/us-population/>