SCIENCE : Jurnal Inovasi Pendidikan Matematika dan IPA
Vol. 5 No. 2 Mei 2025
E-ISSN : 2797-1031
P-ISSN : 2797-0744
Online Journal System : https://jurnalp4i.com/index.php/science

ANALISIS MISKONSEPSI MAHASISWA DALAM MENYELESAIKAN SOAL SUPREMUM DAN INFIMUM BERDASARKAN TEORI NEWMAN

Harry Marcel Wahyu Sihotang[1], David Micle Sitindaon[2], Nasib Maruli Tua Saing[3], Lisbeth Grace Luciana Silalahi[4], Debora Sinaga[5], Michael Christian Simanullang[6]
Program Studi Pendidikan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Medan[1,2,3,4,5,6]
e-mail: sihotangmarcel05@gmail.com[1], daviddaon27@gmail.com[2], nasibnasib400@gmail.com[3], lisbethsilalahi18@gmail.com[4], deborasinaga08@gmail.com[5], michaelsimanullang@unimed.ac.id[6]

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis miskonsepsi mahasiswa dalam menyelesaikan soal-soal terkait konsep supremum dan infimum pada mata kuliah Analisis Real. Konsep ini merupakan fondasi penting dalam matematika, namun banyak mahasiswa mengalami kesulitan dalam memahami dan menerapkannya secara tepat. Studi kualitatif ini menggunakan teori Analisis Kesalahan Newman untuk mengidentifikasi tahapan kesalahan yang dilakukan oleh 8 mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Negeri Medan melalui tes tertulis yang mencakup tiga soal. Data dianalisis secara deskriptif berdasarkan lima tahapan kesalahan Newman, yaitu *reading error*, *comprehension error*, *transformation error*, *process skill error*, dan *encoding error*. Hasil penelitian menunjukkan bahwa kesalahan paling dominan terjadi pada tahap pemahaman (*comprehension error*), di mana mahasiswa sering keliru membedakan supremum/infimum dengan nilai maksimum/minimum. Kesalahan transformasi (*transformation error*) dan proses penyelesaian (*process skill error*) juga signifikan, terutama dalam memodelkan soal dan melakukan operasi perhitungan, sementara kesalahan pengkodean (*encoding error*) mencerminkan ketidaktepatan dalam menyajikan jawaban akhir. Temuan ini mengindikasikan perlunya pendekatan pembelajaran yang menekankan pemahaman konseptual, diskusi mendalam, dan penggunaan alat visualisasi. Strategi seperti *scaffolding* adaptif dan latihan intensif direkomendasikan untuk memperbaiki miskonsepsi mahasiswa. Penelitian ini memberikan kontribusi bagi pengembangan metode pembelajaran Analisis Real yang lebih efektif serta membuka peluang penelitian lanjutan berbasis diagnosis kesalahan.
Kata Kunci: miskonsepsi matematis, supremum dan infimum, Analisis Kesalahan Newman

ABSTRACT

This study aims to analyze students' misconceptions in solving problems related to the concepts of supremum and infimum in Real Analysis courses. These concepts are fundamental in mathematics, yet many students struggle to understand and apply them correctly. Using a qualitative approach and Newman's Error Analysis theory, this research identifies the stages of errors made by 8 Mathematics Education students at Universitas Negeri Medan through a written test consisting of three problems. Data were descriptively analyzed based on Newman's five error stages: reading error, comprehension error, transformation error, process skill error, and encoding error. The results reveal that the most dominant errors occur at the comprehension stage, where students frequently confuse supremum/infimum with maximum/minimum values. Transformation and process skill errors were also significant, particularly in problem modeling and computational operations, while encoding errors reflected inaccuracies in presenting final answers. These findings highlight the need for teaching strategies that emphasize conceptual understanding, in-depth discussions, and visualization tools. Adaptive scaffolding and intensive practice are recommended to address student misconceptions. This study contributes to the development of more effective Real Analysis teaching methods and opens opportunities for further error-diagnosis-based research.

Keywords: *mathematical misconceptions, supremum and infimum, Newman Error Analysis*

PENDAHULUAN

Matematika merupakan disiplin ilmu yang memiliki peranan strategis dalam mengembangkan kemampuan berpikir kritis, logis, dan sistematis. Dalam pendidikan tinggi, terutama pada program studi yang berfokus pada bidang sains dan teknologi, matematika menjadi fondasi utama dalam membangun pemahaman terhadap materi-materi lanjutan. Salah satu cabang penting dalam matematika yang diajarkan pada tingkat perguruan tinggi adalah analisis real, yang di dalamnya terdapat konsep dasar seperti supremum (batas atas terkecil) dan infimum (batas bawah terbesar). Konsep ini tidak hanya penting dalam ranah teoritis, tetapi juga menjadi dasar dalam memahami berbagai topik seperti limit, integral, serta ruang metric dan topolog (Arfken dkk., 2013).

Sayangnya, realitas di lapangan menunjukkan bahwa banyak mahasiswa mengalami kesulitan dalam memahami konsep supremum dan infimum. Kesulitan ini tidak hanya terkait dengan prosedur penyelesaian soal, tetapi lebih mendalam lagi berkaitan dengan pemahaman konseptual. Banyak mahasiswa yang tidak dapat membedakan antara supremum dan maksimum, atau menganggap bahwa supremum dan infimum harus selalu merupakan anggota dari himpunan yang sedang dibahas. Miskonsepsi ini menunjukkan bahwa mahasiswa belum memahami secara menyeluruh definisi formal maupun karakteristik dari supremum dan infimum sebagaimana didefinisikan dalam himpunan bilangan real (Stewart, 2016).

Berdasarkan penelitian yang dilakukan oleh Kurniawan (2020), ditemukan bahwa sebagian besar mahasiswa melakukan kesalahan ketika diminta menentukan supremum dan infimum dari suatu himpunan bilangan real yang tidak memiliki nilai maksimum atau minimum eksplisit. Hal ini menunjukkan bahwa mahasiswa lebih mengandalkan intuisi daripada pemahaman definisi. Sementara itu, studi lain oleh Sari dan Wijaya (2021) menegaskan bahwa kesalahan mahasiswa tidak hanya terjadi pada tahap akhir penyelesaian, tetapi sudah muncul sejak tahap awal pemahaman soal. Hal ini menandakan bahwa diperlukan sebuah pendekatan yang mampu menganalisis kesalahan mahasiswa secara sistematis dan terstruktur.

Salah satu teori yang relevan untuk digunakan dalam menganalisis kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal matematika adalah Teori Analisis Kesalahan Newman. Teori ini dikembangkan oleh M.A. Newman (1977) dan membagi proses penyelesaian soal matematika ke dalam lima tahap, yaitu: (1) membaca soal, (2) memahami soal, (3) transformasi soal ke dalam bentuk matematis, (4) keterampilan proses, dan (5) penulisan jawaban akhir (Newman, 1977). Dengan menggunakan pendekatan ini, pendidik dapat mengetahui secara lebih rinci pada tahap mana kesalahan atau miskonsepsi terjadi. Analisis berdasarkan tahapan Newman bukan hanya membantu dalam identifikasi kesalahan, tetapi juga memberikan wawasan untuk merancang strategi pembelajaran yang lebih tepat sasaran.

Penelitian sebelumnya banyak berfokus pada klasifikasi jenis miskonsepsi yang dialami mahasiswa tanpa memetakan secara terstruktur tahapan terjadinya miskonsepsi tersebut. Oleh karena itu, penelitian ini bertujuan untuk mengisi kekosongan tersebut dengan menganalisis miskonsepsi mahasiswa dalam menyelesaikan soal supremum dan infimum berdasarkan tahapan dalam teori Newman. Dengan demikian, hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan kontribusi dalam peningkatan kualitas pembelajaran matematika, khususnya dalam materi analisis real yang berkaitan dengan konsep supremum dan infimum.

Dalam proses pembelajaran matematika di perguruan tinggi, keberhasilan mahasiswa dalam memahami konsep sangat dipengaruhi oleh cara dosen menyampaikan materi, sumber belajar yang digunakan, serta pengalaman belajar yang diperoleh mahasiswa sendiri. Meskipun mahasiswa telah mendapatkan materi supremum dan infimum secara eksplisit dalam perkuliahan Analisis Real, tidak semua mahasiswa mampu membangun makna konseptual yang benar. Hal ini disebabkan oleh perbedaan gaya belajar, latar belakang kognitif, dan pengalaman belajar sebelumnya yang belum memberikan pondasi yang cukup kuat terhadap pemahaman abstrak (Slameto, 2010).

Permasalahan ini menjadi semakin kompleks ketika dikaitkan dengan kebiasaan mahasiswa mahasiswa semester IV Program Studi Pendidikan Matematika di Universitas Negeri Medan dalam menyelesaikan soal yang cenderung mengutamakan prosedur hitungan tanpa benar-benar memahami makna dari simbol dan notasi matematika yang digunakan. Misalnya, dalam menentukan supremum dari himpunan bilangan pecahan antara 0 dan 1, sebagian mahasiswa secara keliru menyebutkan bahwa 1 merupakan anggota himpunan tersebut dan sekaligus menjadi nilai maksimum, tanpa mempertimbangkan bahwa himpunan tersebut tidak memiliki maksimum, namun memiliki supremum yaitu 1 (Hadi, 2019). Kesalahan seperti ini mencerminkan bahwa mahasiswa memiliki miskonsepsi konseptual dan prosedural secara bersamaan.

Miskonsepsi dalam matematika merupakan pemahaman yang tidak sesuai dengan konsep yang sebenarnya, dan bisa bertahan lama jika tidak diidentifikasi dan dikoreksi dengan pendekatan yang tepat (Nieveen & Plomp, 2007). Oleh sebab itu, pendekatan yang hanya menilai hasil akhir tidak cukup untuk memahami proses berpikir mahasiswa. Di sinilah letak pentingnya teori Newman sebagai alat diagnostik yang tidak hanya melihat jawaban benar atau salah, tetapi juga melacak asal mula kesalahan secara sistematis. Dengan pendekatan ini, diharapkan dapat diketahui apakah kesalahan mahasiswa berasal dari ketidakmampuan membaca soal dengan benar, tidak memahami maksud soal, kesalahan dalam mengubah bentuk soal, keterbatasan keterampilan proses, atau hanya kesalahan pada tahap penulisan akhir (Newman, 1977).

Selain untuk keperluan akademik, pemetaan miskonsepsi berdasarkan tahapan penyelesaian soal juga berguna bagi pengembangan kurikulum dan strategi pembelajaran yang berbasis pada diagnosis kesalahan. Dengan memahami di tahap mana miskonsepsi paling banyak terjadi, dosen atau pendidik dapat merancang pendekatan pembelajaran yang lebih sesuai dengan kebutuhan mahasiswa. Ini sejalan dengan upaya perbaikan kualitas pendidikan tinggi yang menempatkan mahasiswa sebagai subjek aktif dalam proses pembelajaran.

Dengan latar belakang tersebut, penting dilakukan sebuah penelitian yang tidak hanya mengidentifikasi jenis miskonsepsi yang terjadi, tetapi juga menganalisis secara menyeluruh proses terjadinya miskonsepsi tersebut dalam konteks soal-soal tentang supremum dan infimum. Penelitian ini berupaya untuk memberikan kontribusi nyata dalam perbaikan pembelajaran matematika melalui analisis yang berbasis teori dan teruji secara empiris.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian kualitatif deskriptif dengan jenis studi kasus. Penelitian ini dikenakan kepada mahasiswa semester IV Program Studi Pendidikan Matematika di Universitas Negeri Medan. Pemilihan subjek dilakukan dengan *convenience sampling* yang dimana setiap mahasiswa memiliki kemampuan matematika yang berbeda-beda. Berdasarkan pemilihan subjek yang dilakukan maka diperoleh 8 orang mahasiswa yang akan dianalisis miskonsepsi mahasiswa dalam menyelesaikan soal supremum dan infimum berdasarkan indikator kesalahan *Newman's Error*.

Pengumpulan data dilakukan dengan pemberian tes soal kepada subjek penelitian. Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini yaitu berupa soal sifat kelengkapan pada bilangan real batas atas dan batas bawah. Eksplanasi kesalahan dilakukan untuk memahami faktor-faktor penyebab mahasiswa melakukan kesalahan dalam menyelesaikan soal

SCIENCE : Jurnal Inovasi Pendidikan Matematika dan IPA
Vol. 5 No. 2 Mei 2025
E-ISSN : 2797-1031
P-ISSN : 2797-0744
Online Journal System : https://jurnalp4i.com/index.php/science

matematika, khususnya ditinjau dari tahapan yang dikemukakan oleh Newman, yaitu membaca, pemahaman, transformasi, keterampilan proses, dan pengkodean/penentuan jawaban akhir. Analisis ini bertujuan mengidentifikasi letak kesalahan serta aspek pemahaman konsep dan strategi penyelesaian soal yang belum dikuasai. Adapun soal yang digunakan adalah:

1. Diberikan himpunan $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 < 4\}$.
   a. Tulis ulang himpunan A dalam benntuk notasi interval.
   b. Tentukan batas atas dan batas bawah dari himpunan tersebut.
   c. Apakah supremum dan infimum termasuk elemen dari himpunan? Jelaskan.
2. Misalkan $B = \{1 - \frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N}\}$.
   a. Apakah himpunan B memiliki batas atas dan batas bawah?
   b. Tentukan nilai supremum dan infimum dari himpunan tersebut.
   c. Apakah nilai-nilai tersebut termasuk dalam himpunan? Jelaskan alasannya
3. Diberikan himpunan $C = \{x \in \mathbb{Q} \mid x^2 < 2\}$.
   a. Tentukan apakah himpunan C memiliki supremum di $\mathbb{Q}$?
   b. Bagaimana jika himpunan C dipandang sebagai bagian dari $\mathbb{R}$?
   c. Jelaskan bagaimana perbedaan hasil ini membuktikan bahwa $\mathbb{Q}$ tidak lengkap, sedangkan $\mathbb{R}$ lengkap.

Untuk mengidentifikasi jenis-jenis kesalahan yang dilakukan mahasiswa dapat dilakukan dengan melihat langkah-langkah penyelesaian yang dibuat mahasiswa dalam menyelesaikan tes soal. Untuk mempermudah peneliti dalam mengidentifikasi jenis-jenis kesalahan tersebut, maka peneliti menyusun indikator-indikator kesalahan sesuai klasifikasi Newman's *Error Analysis* seperti pada Tabel 1. berikut.

Tabel 1. Indikator Kesalahan Newman

Jenis-jenis Kesalahan	Indikator Kesalahan
Kesalahan Membaca (*Reading Error*)	1. Salah dalam membaca soal dan tidak paham arti kalimat dalam soal tersebut. 2. Tidak mampu membaca dengan benar soal. 3. Dapat membaca dengan benar akan tetapi tidak bisa mengambil informasi yang penting dalam soal.
Kesalahan Pemahaman (*Comprehension Error*)	1. Tidak bisa menentukan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan dari soal. 2. Salah dalam menentukan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan dari soal. 3. Tidak menggunakan informasi atau belum menangkap informasi yang terkandung dari soal.
Kesalahan Transformasi (*Transformasi Error*)	1. Salah dalam menentukan langkah-langkah penyelesaian dan langkah-langkah mana yang didahulukan dalam menyelesaikan soal. 2. Salah dalam menentukan rumus yang digunakan dalam langkah-langkah penyelesaian soal. 3. Salah dalam menentukan model matematika dari soal.
Kesalahan Proses Penyelesaian (*Process Skills Error*)	1. Salah dalam mengoperasikan perhitungan dalam menyelesaikan soal terlepas dari kesalahan sebelumnya. 2. Salah dalam menentukan sistematika penyelesaian soal matematika.

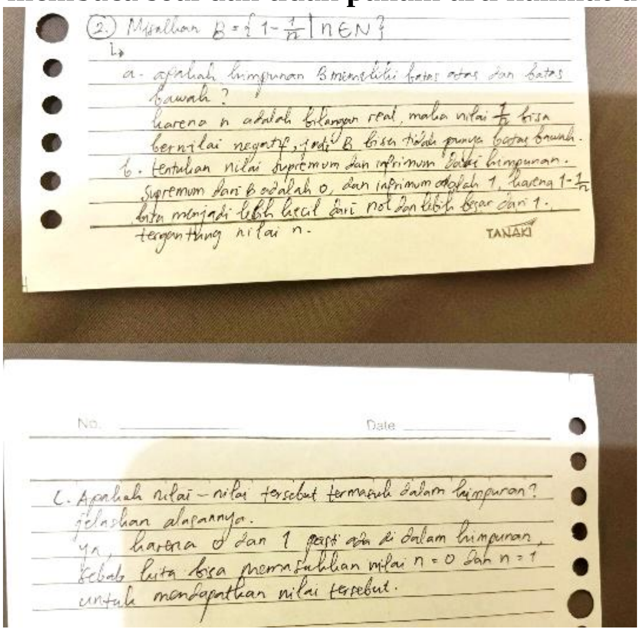
SCIENCE : Jurnal Inovasi Pendidikan Matematika dan IPA
Vol. 5 No. 2 Mei 2025
E-ISSN : 2797-1031
P-ISSN : 2797-0744
Online Journal System : https://jurnalp4i.com/index.php/science

	3. Salah dalam menentukan operasi hitung dalam menyelesaikan soal.
Kesalahan Pengkodean/ Penentuan Jawaban Akhir (*Encoding Error*)	1. Salah dalam menentukan jawaban akhir ataupun tidak menentukan jawaban akhir dari soal. 2. Salah dalam menentukan kesimpulan ataupun tidak menentukan kesimpulan dari jawaban akhir soal. 3. Mahasiswa salah karena proses sebelumnya dan tidak menentukan satuan pada jawaban akhir dari soal.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil

1. **Kesalahan Membaca (*Reading Error*)**
   a. **Salah dalam membaca soal dan tidak paham arti kalimat dalam soal tersebut**



Gambar 1. Hasil Tes Indikator a

Menurut Rindyana (2013) kesalahan membaca soal (*reading errors*) terjadi ketika mahasiswa tidak dapat memaknai kalimat yang mereka baca secara tepat. Dalam menjawab soal mengenai himpunan $B = \left\{1 - \frac{1}{n} \middle| n \in \mathbb{N}\right\}$, ditemukan sejumlah kesalahan mahasiswa yang dikategorikan sebagai *Reading Error*. Kesalahan dalam membaca soal dan ketidakpahaman terhadap arti kalimat atau notasi dalam soal tersebut, mahasiswa tidak memahami bahwa $n \in \mathbb{N}$ menunjukkan bahwa nn merupakan bilangan asli, bukan bilangan real secara umum. Akibatnya, mereka salah menginterpretasikan anggota himpunan B dan batas-batasnya. Ketidaktelitian dalam memahami simbol dan notasi dasar matematika ini memengaruhi seluruh proses berpikir dan penyelesaian soal.

   b. **Tidak mampu membaca dengan benar soal**

Kesalahan pada indikator ini terjadi ketika mahasiswa dapat membaca dan mengenali simbol-simbol matematika dalam soal pada gambar 1, namun tidak memahami secara tepat makna dan arah pertanyaan yang diajukan. Dalam konteks soal himpunan B, sejumlah mahasiswa memberikan jawaban yang menunjukkan ketidaksesuaian pemahaman terhadap ekspresi $1 - \frac{1}{n}$. Sebagai contoh, terdapat mahasiswa yang menyatakan bahwa supremum himpunan tersebut adalah 0 dan infimum-nya adalah 1. Jawaban ini bertolak belakang dengan

SCIENCE : Jurnal Inovasi Pendidikan Matematika dan IPA
Vol. 5 No. 2 Mei 2025
E-ISSN : 2797-1031
P-ISSN : 2797-0744
Online Journal System : https://jurnalp4i.com/index.php/science

kenyataan matematis, di mana bentuk $1-\frac{1}{n}$ menghasilkan nilai yang selalu lebih besar dari 0 dan mendekati 1 dari bawah. Nilai minimum diperoleh saat $n = 1$, yaitu 0, sedangkan nilai maksimum (supremum) tidak pernah tercapai, tetapi nilainya mendekati 1. Kesalahan ini menunjukkan bahwa mahasiswa tidak memahami arah pendekatan nilai dalam bentuk limit dan keliru dalam menafsirkan perintah soal. Mereka tampaknya hanya membandingkan dua angka secara intuitif tanpa mempertimbangkan sifat limit fungsi. Hal ini memperlihatkan bahwa meskipun mahasiswa mampu membaca ekspresi matematika secara simbolik, mereka mengalami kesulitan dalam menangkap maksud dan struktur logika dari pertanyaan yang diajukan.

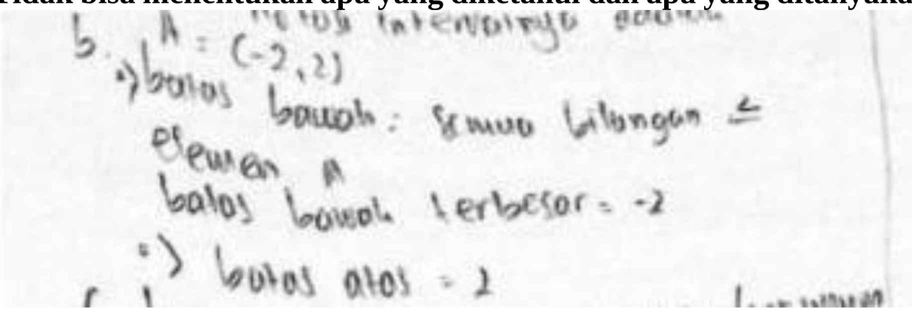
c. Dapat membaca dengan benar akan tetapi tidak bisa mengambil informasi yang penting dalam soal

Indikator ini menggambarkan situasi di mana mahasiswa secara teknis mampu membaca dan memahami simbol serta pernyataan dalam soal pada gambar 1, namun tidak mampu menyaring dan menggunakan informasi penting yang relevan dalam proses pemecahan masalah. Dalam soal mengenai himpunan B, beberapa mahasiswa menyatakan bahwa nilai 1 termasuk dalam himpunan. Padahal secara definisi, bentuk $1-\frac{1}{n}$ untuk setiap $n \in N$ selalu menghasilkan nilai yang kurang dari 1, karena $\frac{1}{n} > 0$. Dengan demikian, 1 merupakan batas atas dari himpunan, tetapi bukan anggota dari himpunan itu sendiri. Kesalahan ini mengindikasikan bahwa mahasiswa gagal menggunakan informasi penting yang telah tersurat dalam soal, seperti bahwa n adalah bilangan asli, nilai $\frac{1}{n}$ selalu positif, dan bahwa bentuk $1-\frac{1}{n}$ mendekati 1 tetapi tidak pernah mencapainya. Meskipun informasi ini secara eksplisit tersedia dalam soal, mahasiswa tidak menggunakannya secara efektif dalam proses berpikir. Hal ini menunjukkan kelemahan dalam keterampilan membaca matematis tingkat tinggi, di mana siswa tidak hanya dituntut untuk membaca dan mengenali bentuk matematika, tetapi juga untuk menyeleksi, mengolah, dan menerapkan informasi yang relevan. Dengan demikian, kesalahan ini masuk dalam kategori reading error menurut Newman karena terjadi pada tahap pemrosesan informasi penting setelah kegiatan membaca awal berhasil dilakukan.

Temuan ini sesuai dengan pendapat Singh et al., (2010) yang menyatakan bahwa kesalahan membaca dapat terjadi ketika simbol atau kata-kata pada soal tidak dipahami dengan baik oleh mahasiswa, sehingga langkah-langkah penyelesaian yang dilakukan siswa menjadi kurang tepat. Menurut Tanzimah, dkk (2023) Untuk mengatasi kesalahan membaca, perlu dilakukan pendekatan yang lebih fokus pada pengembangan keterampilan membaca para mahasiswa. Strategi pengajaran yang dapat diterapkan antara lain denganlatihan membaca intensif, mendorong pemahaman kontekstual, dan memperkuat kosakata matematika. Selain itu, penting juga untuk memberikan panduan yang jelas pada siswaagar informasi padasoal ceritadapat dipahami dengan baik.

2. Kesalahan Pemahaman (*Comprehension Error)*

a. Tidak bisa menentukan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan dari soal



Gambar 2. Hasil Tes Indikator a

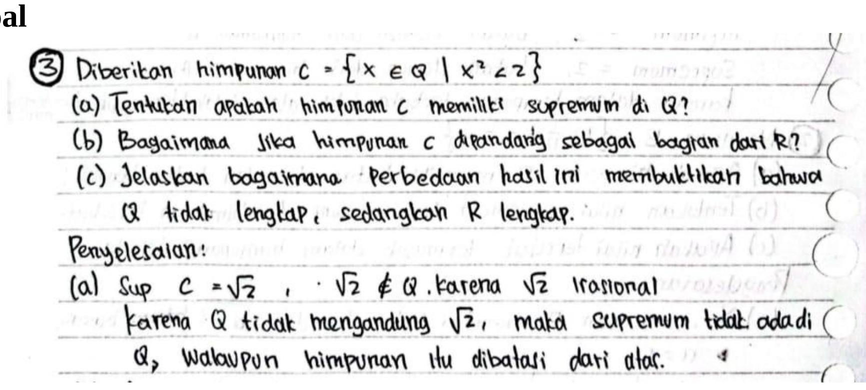
SCIENCE : Jurnal Inovasi Pendidikan Matematika dan IPA
Vol. 5 No. 2 Mei 2025
E-ISSN : 2797-1031
P-ISSN : 2797-0744
Online Journal System : https://jurnalp4i.com/index.php/science

Pada soal, mahasiswa diminta untuk menentukan batas bawah dan batas atas dari himpunan $A = \{x \in \mathbb{R} | x^2 < 4\}$. Jawaban mahasiswa untuk batas bawah adalah sebagai berikut: *"Batas bawah: semua bilangan ≤ -2. Batas bawah terbesar: -2."* Berdasarkan jawaban ini, terlihat bahwa mahasiswa mengalami kesalahan pemahaman yang masuk dalam kategori indikator 1 menurut Newman, yaitu “tidak bisa menentukan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan dari soal”. Mahasiswa tampaknya tidak memahami bahwa soal hanya meminta nilai batas bawah dari himpunan A, bukan meminta siswa untuk menjelaskan himpunan bilangan yang memenuhi syarat sebagai batas bawah. Pernyataan "semua bilangan ≤ -2" menunjukkan bahwa siswa berasumsi batas bawah adalah sebuah himpunan atau kumpulan nilai, padahal secara matematis, batas bawah adalah sebuah nilai tunggal terbesar yang lebih kecil atau sama dengan seluruh elemen himpunan. Dalam hal ini, cukup dituliskan bahwa batas bawah dari A adalah -2, karena ini adalah angka real terbesar yang masih lebih kecil dari semua elemen dalam A.

Kesalahan ini mencerminkan bahwa mahasiswa tidak menangkap dengan tepat apa informasi yang diketahui dalam soal, dan apa yang sebenarnya diminta. Soal telah memberi informasi bahwa himpunan A adalah semua bilangan real yang kuadratnya kurang dari 4, sehingga himpunan tersebut secara eksplisit adalah interval terbuka dari -2 hingga 2, atau dalam notasi interval $A = (-2,2)$. Namun, alih-alih menyadari bahwa yang diminta hanyalah nilai batas bawah dari interval tersebut, siswa justru membuat kesimpulan yang salah arah dengan menuliskan bahwa batas bawah terdiri dari "semua bilangan ≤ -2". Ini menunjukkan bahwa mahasiswa belum bisa mengidentifikasi batas bawah sebagai nilai supremum dari himpunan batas-batas bawah, yang secara formal memang hanya satu nilai, bukan kumpulan.

Menurut Fatmawati & Jailani (2016), kesalahan ini terjadi karena rendahnya kemampuan siswa dalam membaca soal secara aktif dan kritis, serta kurangnya keterampilan dalam menafsirkan kalimat matematika ke dalam representasi formal. Miskonsepsi utama yang terlihat dari jawaban siswa ini adalah menganggap bahwa batas bawah dari suatu himpunan merupakan kumpulan dari semua bilangan yang kurang dari atau sama dengan elemen terkecil dalam himpunan tersebut. Dalam hal ini, siswa keliru dengan menuliskan bahwa batas bawah adalah “semua bilangan ≤ -2”, padahal yang dimaksud dengan batas bawah dalam konteks teori himpunan dan analisis real adalah nilai tunggal terbesar dari bilangan-bilangan yang lebih kecil atau sama dengan semua elemen dalam himpunan. Dengan kata lain, batas bawah bukanlah himpunan, melainkan elemen tunggal yang merepresentasikan batas bawah terbesar dari seluruh elemen dalam himpunan. Pemahaman yang salah ini berpotensi mengganggu kemampuan siswa dalam menyelesaikan soal-soal lanjutan yang berkaitan dengan supremum, infimum, serta analisis real lainnya, terutama ketika menghadapi himpunan tak hingga atau soal-soal limit dan kekontinuan.

b. Salah dalam menentukan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan dari soal


③ Diberikan himpunan $C = \{x \in Q \mid x^2 < 2\}$
(a) Tentukan apakah himpunan C memiliki supremum di Q?
(b) Bagaimana jika himpunan C dipandang sebagai bagian dari R?
(c) Jelaskan bagaimana perbedaan hasil ini membuktikan bahwa Q tidak lengkap, sedangkan R lengkap.
Penyelesaian:
(a) $\sup C = \sqrt{2}$, $\sqrt{2} \notin Q$. karena $\sqrt{2}$ irasional
karena Q tidak mengandung $\sqrt{2}$, maka supremum tidak ada di Q, walaupun himpunan itu dibatasi dari atas.

Gambar 3. Hasil Tes Indikator b

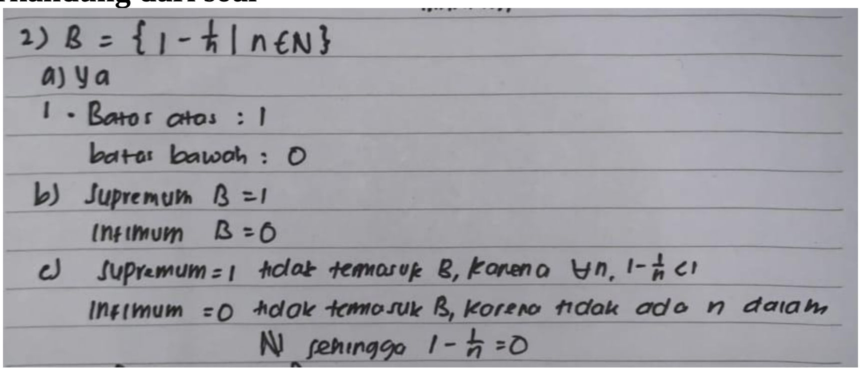
SCIENCE : Jurnal Inovasi Pendidikan Matematika dan IPA
Vol. 5 No. 2 Mei 2025
E-ISSN : 2797-1031
P-ISSN : 2797-0744
Online Journal System : https://jurnalp4i.com/index.php/science

Pada soal, mahasiswa diminta untuk menentukan supremum dari himpunan $C = x \in \mathbb{Q} | x^2 < 2$, serta menjelaskan keberadaan supremum dalam himpunan bilangan rasional dan bilangan real. Mahasiswa menjawab bahwa karena $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$, maka himpunan tersebut tidak memiliki supremum. Jawaban ini mencerminkan kesalahan dalam memahami apa yang sebenarnya ditanyakan oleh soal. Mahasiswa menganggap bahwa jika supremum tidak termasuk dalam himpunan atau tidak berada dalam domain $\mathbb{Q}$, maka supremum tidak ada sama sekali. Padahal, dalam konteks himpunan bilangan real, supremum tetap dapat ditentukan walaupun tidak termasuk dalam himpunan yang dibatasi.

Kesalahan ini memperlihatkan bahwa mahasiswa belum mampu membedakan antara konsep "anggota himpunan", "batas atas", dan "supremum dalam domain tertentu". Seharusnya, mahasiswa menyadari bahwa himpunan C tidak memiliki supremum di $\mathbb{Q}$ karena $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$, dan tidak ada batas atas terkecil dalam $\mathbb{Q}$. Namun, supremum tetap ada secara eksternal di $\mathbb{R}$, yaitu $\sqrt{2}$, sehingga menunjukkan bahwa $\mathbb{Q}$ tidak lengkap.

Marpaung (2012) menyatakan bahwa siswa sering mengalami distorsi makna ketika membaca istilah matematika seperti “supremum” atau “batas atas”, terutama jika belum memahami dengan baik konsep dasar dari teori himpunan dan struktur bilangan. Miskonsepsi yang terjadi mencerminkan bahwa mahasiswa menganggap supremum harus merupakan elemen dari himpunan atau harus terdapat dalam domain yang sering dibahas. Padahal secara matematis, suatu himpunan dapat memiliki supremum yang tidak termasuk dalam himpunan itu sendiri dan keberadaan supremum di $\mathbb{R}$ (tetapi tidak di $\mathbb{Q}$) justru menjadi salah satu bukti ketidaklengkapan bilangan rasional.

c. Tidak menggunakan informasi atau belum menangkap informasi yang terkandung dari soal


2) $B = \{1 - \frac{1}{n} \mid n \in N\}$
a) ya
1 . Batas atas : 1
batas bawah : 0
b) Supremum $B = 1$
Infimum $B = 0$
c) Supremum $= 1$ tidak termasuk B, karena $\forall n$, $1 - \frac{1}{n} < 1$
Infimum $= 0$ tidak termasuk B, karena tidak ada n dalam $\mathbb{N}$ sehingga $1 - \frac{1}{n} = 0$

Gambar 4. Hasil Tes Indikator c

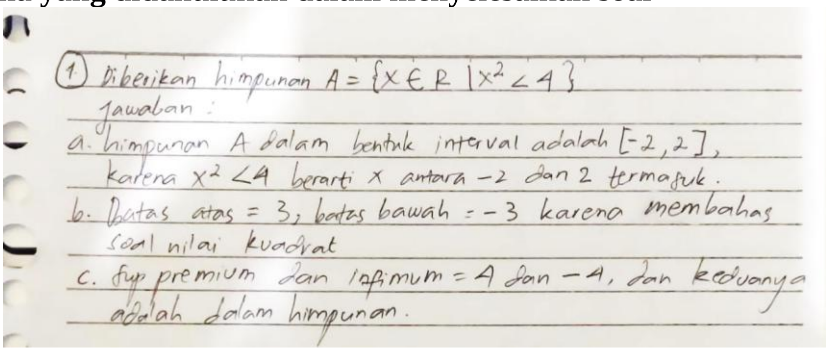
Pada soal, mahasiswa diberikan himpunan $B = \{1 - \frac{1}{n} \big| n \in N\}$, yang mana memuat bilangan-bilangan hasil dari operasi $1 - \frac{1}{n}$ untuk setiap n bilangan asli. Mahasiswa diminta untuk menemukan batas atas dan batas bawah, supremum dan infinum dari himpunan tersebut. Dalam menjawab, mahasiswa menunjukkan adanya kesalahan dalam memahami informasi yang terkandung dalam soal. Hal ini tampak dari pernyataan bahwa supremum $B = 1$ dan infinum $B = 0$, namun kemudian dijelaskan bahwa supremum maupun infinum tidak termasuk ke dalam himpunan. Mahasiswa menyatakan bahwa “supremum $= 1$ tidak termasuk B, karena untuk semua $n, 1 - \frac{1}{n} \neq 1$ dan infinum $= 0$ tidak termasuk B, karena tidak ada n dalam $\mathbb{N}$ sehingga $1 - \frac{1}{n} = 0$”. Pernyataan tersebut menunjukkan bahwa manusia tidak memahami struktur dasar dari himpunan B, yang seharusnya menghasilkan nilai-nilai seperti $0, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \ldots$ yang konvergen ke 1.

Secara matematis, apabila $n = 1$, maka $1 - \frac{1}{n} = 0$, artinya 0 jelas merupakan anggota dari himpunan B, namun mahasiswa justru menyatakan sebaliknya. Ini mengindikasikan bahwa mahasiswa belum sepenuhnya menangkap informasi eksplisit dari soal dan tidak menggunakan informasi tersebut secara benar dalam menentukan anggota himpunan. Oleh karena itu, kesalahan yang terjadi dapat dikategorikan sebagai kesalahan pemahaman berdasarkan indikator ke-3 dalam klasifikasi Newman, yaitu "tidak menggunakan informasi atau belum menangkap informasi yang terkandung dari soal". Mahasiswa tidak mengolah bentuk himpunan secara menyeluruh dan gagal melihat bahwa nilai-nilai dalam himpunan tersebut dapat dicapai secara tepat untuk nilai tertentu dari n, termasuk nilai minimum yang justru dinyatakan tidak termasuk.

Menurut Nurmalia, Darhim, & Herman (2018), siswa yang mengalami kesalahan ini umumnya tidak mampu membangun koneksi antara informasi eksplisit dengan konsep-konsep matematika yang relevan. Hal ini disebabkan karena lemahnya pemahaman konseptual. Miskonsepsi ini menunjukkan kurangnya pemahaman konseptual terhadap bagaimana bilangan-bilangan dalam himpunan terbentuk berdasarkan aturan yang diberikan, serta kurangnya ketelitian dalam mengevaluasi keanggotaan suatu elemen terhadap himpunan yang dibahas. Akibat dari miskonsepsi ini, jawaban mahasiswa menjadi tidak akurat dalam menjelaskan sifat-sifat supremum dan infimum.

3. **Kesalahan Transformasi (*Transformasi Error*)**

   a. **Salah dalam menentukan langkah-langkah penyelesaian dan langkah-langkah mana yang didahulukan dalam menyelesaikan soal**



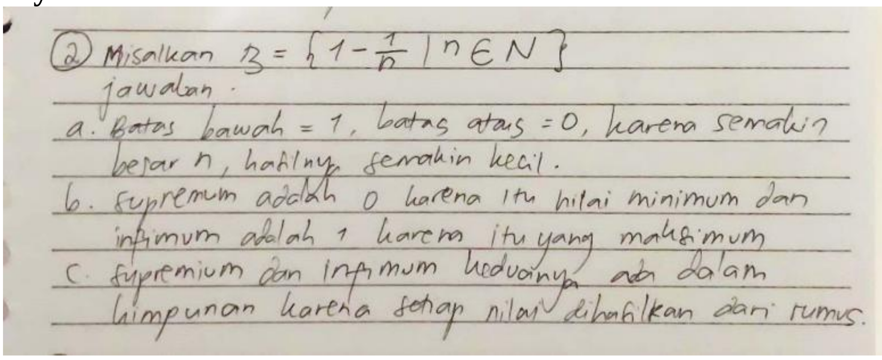
Gambar 5. Hasil Tes Indikator a

Berdasarkan gambar diatas, terlihat bahwa mahasiswa telah salah dalam melakukan transformasi dari soal ke bentuk penyelesaian matematis. Mahasiswa menuliskan bahwa himpunan A merupakan $[-2,2]$, yang secara bentuk interval tampak tepat, namun kemudian menyatakan bahwa batas bawah adalah -3 dan batas atas adalah 3. Pernyataan ini tidak sesuai dengan hasil transformasi pertidaksamaan kuadrat $x^2 < 4$, yang sebenarnya menghasilkan himpunan $A = (-2,2)$. Hal ini menunjukkan adanya kesalahan dalam menentukan langkah-langkah penyelesaian yang tepat, terutama dalam memilih nilai batas.

Lebih lanjut, kesalahan ini juga mencerminkan transformasi eror berupa salah dalam menentukan rumus dan model matematika, karena mahasiswa tidak menggunakan pendekatan grafis atau aljabar yang tepat untuk menentukan batas nilai. Dalam konteks teori Newman, hal ini merupakan jenis miskonsepsi yang terjadi setelah proses decoding dan sebelum encoding jawaban akhir—yaitu ketika mahasiswa gagal mentransformasikan informasi soal ke dalam representasi matematis yang benar. Dampaknya, infimum dan supremum yang semestinya -2 dan 2 tidak tercermin dalam jawaban, melainkan digantikan dengan nilai yang tidak relevan (yaitu -3 dan 3), yang menyebabkan kekeliruan lebih lanjut dalam interpretasi konsep batas atas dan batas bawah.

SCIENCE : Jurnal Inovasi Pendidikan Matematika dan IPA
Vol. 5 No. 2 Mei 2025
E-ISSN : 2797-1031
P-ISSN : 2797-0744
Online Journal System : https://jurnalp4i.com/index.php/science

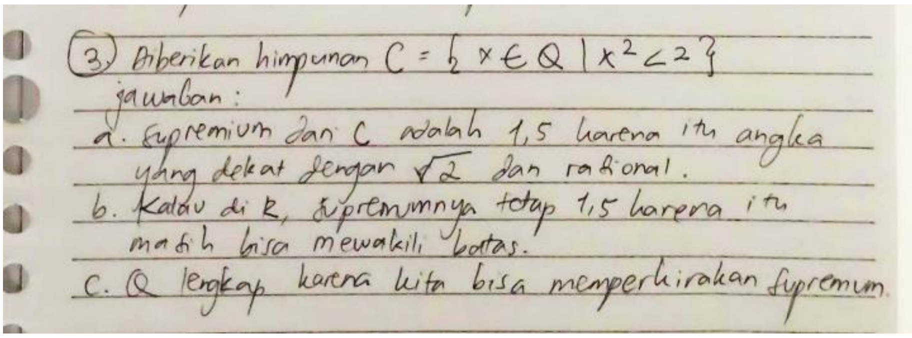
b. **Salah dalam menentukan rumus yang digunakan dalam langkah-langkah penyelesaian soal**


(2) Misalkan $B = \{1 - \frac{1}{n} \mid n \in N\}$
jawaban:
a. Batas bawah = 1, batas atas = 0, karena semakin besar n, hasilnya semakin kecil.
b. supremum adalah 0 karena itu nilai minimum dan infimum adalah 1 karena itu yang maksimum
c. supremium dan infimum keduanya ada dalam himpunan karena setiap nilai dihasilkan dari rumus.

Gambar 6. Hasil Tes Indikator b

Dalam menjawab soal ini, mahasiswa menyatakan bahwa batas bawah adalah 1 dan batas atas adalah 0. Ini jelas merupakan bentuk transformasi error yang signifikan. Barisan $1-\frac{1}{n}$, dengan $n \in N$, menghasilkan nilai-nilai seperti 0 (saat $n = 1$), $0.5, 0.66, 0.75, 0.8, \ldots$ yang makin mendekati 1 tetapi tidak pernah mencapainya. Maka, infimum dari himpunan B seharusnya adalah 0, dan supremum adalah 1. Kesalahan ini mencerminkan bahwa mahasiswa tidak mampu mentransformasi bentuk barisan ke dalam interpretasi interval atau batas nilai yang tepat. Ia melakukan kesalahan dalam langkah pemilihan nilai batas serta gagal memahami sifat barisan yang konvergen. Selain itu, ia mengasumsikan bahwa nilai 1 dan 0 adalah batas aktual tanpa menyadari sifat limit. Dalam kerangka teori Newman, ini termasuk kesalahan pada transformasi dan penggunaan model matematika, yang menunjukkan bahwa mahasiswa belum memahami struktur himpunan yang terbentuk dari barisan dan bagaimana supremum/infimum ditentukan berdasarkan nilai pendekatan.

c. **Salah dalam menentukan model matematika dari soal**

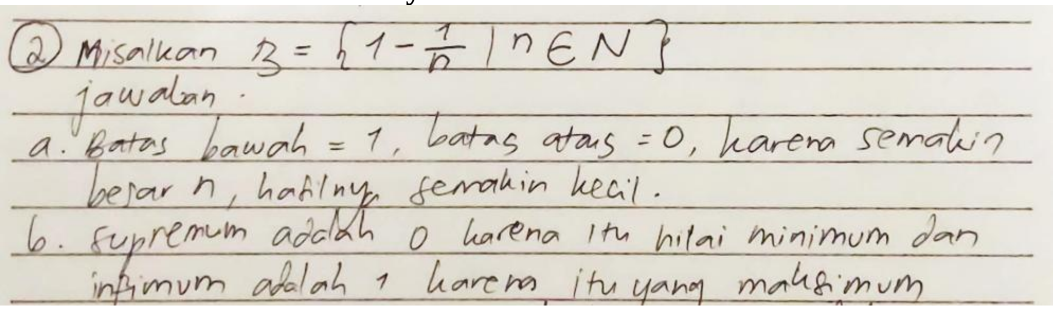

(3) Diberikan himpunan $C = \{x \in Q \mid x^2 < 2\}$
jawaban:
a. supremium dari C adalah 1,5 karena itu angka yang dekat dengan $\sqrt{2}$ dan rasional.
b. Kalau di R, supremumnya tetap 1,5 karena itu masih bisa mewakili batas.
c. Q lengkap karena kita bisa memperkirakan supremum.

Gambar 7. Hasil Tes Indikator c

Pada gambar ini, mahasiswa menyatakan bahwa supremum dari himpunan C adalah 1.5 dan bahwa $\mathbb{Q}$ adalah himpunan lengkap. Pernyataan ini menunjukkan kesalahan dalam memahami konsep dasar himpunan bilangan rasional dan keterbatasannya. Himpunan C terdiri dari bilangan rasional yang kuadratnya kurang dari 2. Dalam hal ini, akar dari $2 (\sqrt{2} \approx 1.414)$ merupakan batas atas terkecil dari himpunan, namun karena $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$, maka ia bukan elemen dari C.

Dengan mengatakan bahwa 1.5 adalah supremum, mahasiswa menunjukkan transformasi error berupa pemilihan model matematika yang keliru, karena 1.5 lebih besar dari semua elemen yang memenuhi syarat $x^2 < 2$, tetapi bukan batas atas terkecil. Ini mengindikasikan adanya miskonsepsi tentang ketidaklengkapan himpunan $\mathbb{Q}$, serta kegagalan dalam menggunakan konsep limit dan pendekatan nilai dari sisi rasional. Mahasiswa juga tampak tidak menyadari bahwa supremum dapat berada di luar himpunan jika himpunan tersebut tidak lengkap.

4. **Kesalahan Proses Penyelesaian (*Process Skills Error*)**
   a. **Salah dalam mengoperasikan perhitungan dalam menyelesaikan soal terlepas dari kesalahan sebelumnya**

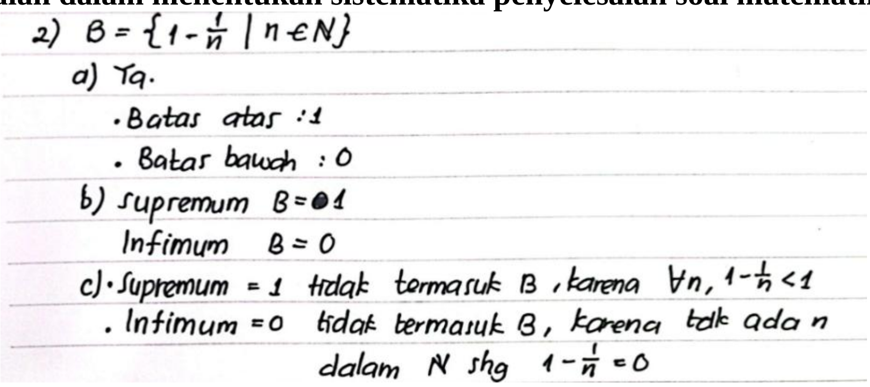


Gambar 8. Hasil Tes Indikator a

Pada soal nomor 2a dan 2b, mahasiswa menunjukkan kesalahan proses penyelesaian yang termasuk dalam kategori salah dalam mengoperasikan perhitungan. Pada nomor 2a, mahasiswa diminta menentukan batas atas dan batas bawah dari himpunan $B = \{1 - \frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N}\}$. Mahasiswa menjawab bahwa batas bawah adalah 1 dan batas atas adalah 0. Ini merupakan kesalahan perhitungan karena nilai minimum dari himpunan tersebut justru adalah 0, yang diperoleh saat $n = 1$, dan nilai maksimumnya mendekati 1 seiring bertambahnya nilai n, tetapi tidak pernah mencapainya. Dengan kata lain, seharusnya batas bawahnya adalah 0 dan batas atasnya adalah 1. Kesalahan ini menunjukkan bahwa mahasiswa salah dalam mengoperasikan perubahan nilai dalam barisan, khususnya dalam membaca arah kecenderungan limit fungsi.

Kesalahan serupa juga terlihat pada soal 2b, di mana mahasiswa diminta menentukan nilai supremum dan infimum dari himpunan tersebut. Mahasiswa menyatakan bahwa supremum adalah 0 dan infimum adalah 1, padahal sebaliknya. Supremum (nilai terkecil yang lebih besar dari semua elemen himpunan) seharusnya adalah 1, karena nilai $1 - \frac{1}{n}$ akan semakin mendekati 1 tetapi tidak pernah mencapainya. Sedangkan infimum adalah 0, karena itu adalah nilai terkecil dari elemen yang terdapat dalam himpunan saat $n = 1$. Kesalahan ini kembali menunjukkan bahwa mahasiswa keliru dalam mengoperasikan nilai-nilai yang dihasilkan dari rumus barisan dan tidak memahami dengan tepat makna supremum dan infimum dalam konteks limit. Dengan demikian, kedua subsoal ini memperlihatkan kesalahan dalam tahap pengolahan atau pengoperasian perhitungan secara matematis.

   b. **Salah dalam menentukan sistematika penyelesaian soal matematika**

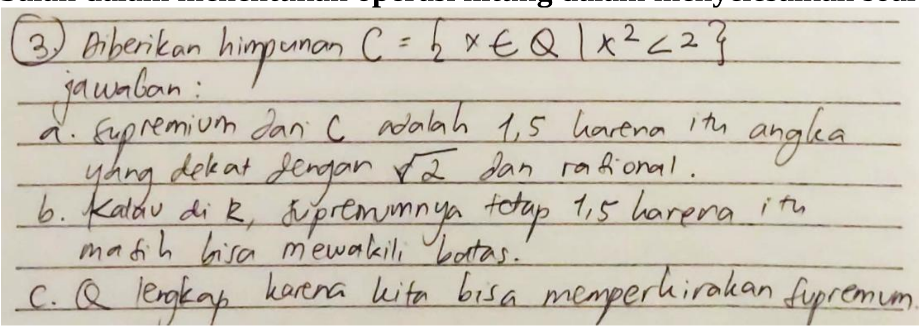


Gambar 9. Hasil Tes Indikator b

Pada soal nomor 2, siswa melakukan kesalahan yang termasuk dalam kategori Kesalahan Proses Penyelesaian (Process Skills Error) jenis kedua, yaitu kesalahan dalam menentukan sistematika penyelesaian soal matematika. Hal ini terlihat dari ketidakteraturan alur berpikir siswa dalam menjelaskan batas atas, supremum, batas bawah, dan infimum dari himpunan $B = \{1 - \frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N}\}$. Siswa menyebut bahwa supremum B adalah 1 dan infimum adalah 0, yang secara numerik memang benar. Namun, cara siswa menyampaikan alasan atas jawaban tersebut tidak sistematik dan menyesatkan. Misalnya, siswa menyatakan bahwa "infimum tidak termasuk B karena tidak ada n dalam $\mathbb{N}$ sehingga $1 - \frac{1}{n} = 0$", padahal jika $n = 1$, maka jelas $1 - \frac{1}{1} = 0$, artinya nilai 0 termasuk dalam himpunan. Ini menunjukkan bahwa siswa tidak cermat menghubungkan definisi infimum dengan data konkret dari himpunan yang diberikan. Selain itu, penjelasan mengenai supremum hanya menyatakan bahwa semua anggota himpunan kurang dari 1 tanpa menegaskan bahwa 1 adalah batas atas terkecil dan tidak ada batas atas yang lebih kecil darinya, sebagaimana definisi supremum. Ketidakhadiran penalaran logis yang runtut dan penggunaan definisi formal menunjukkan bahwa siswa belum mampu menyusun argumen matematis dengan baik. Jawaban lebih disusun secara fragmentaris daripada melalui tahapan berpikir sistematis yang didukung definisi dan analisis. Inilah yang menjadikan penyelesaian soal ini termasuk ke dalam kesalahan sistematika penyelesaian, meskipun jawaban akhirnya mungkin tampak benar secara angka.

Menurut Newman (1977), kesalahan bisa terjadi karena siswa tidak memahami soal, tidak tahu langkah penyelesaian, atau belum bisa menggunakan konsep yang tepat. Polya (2004) menambahkan bahwa menyelesaikan soal perlu melalui tahap memahami soal, merencanakan, menyelesaikan, dan memeriksa. Jika salah satu tahap tidak dilakukan dengan baik, akan muncul kesalahan. Stacey dan Steinle (2006) juga mengatakan bahwa kesalahan sering muncul karena siswa salah memahami konsep atau sulit mengubah ide ke bentuk matematika. Jadi, kesalahan bukan hanya karena hitungan, tapi karena belum paham konsep dengan baik.

c. Salah dalam menentukan operasi hitung dalam menyelesaikan soal


(3) Diberikan himpunan $C = \{x \in Q \mid x^2 < 2\}$
jawaban :
a. supremum dari C adalah 1,5 karena itu angka yang dekat dengan $\sqrt{2}$ dan rasional.
b. Kalau di R, supremumnya tetap 1,5 karena itu masih bisa mewakili batas.
c. Q lengkap karena kita bisa memperkirakan supremum.

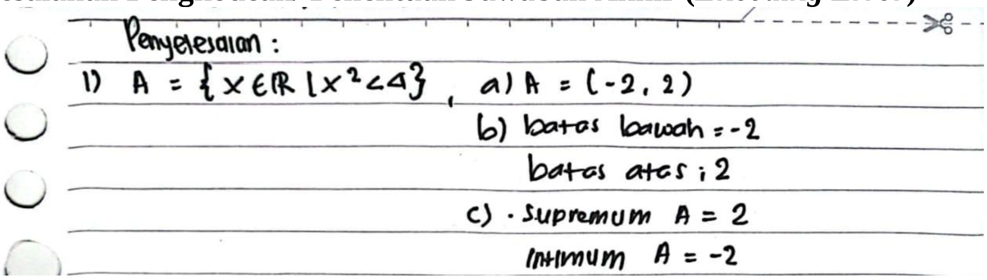
Gambar 10. Hasil Tes Indikator c

Pada soal nomor 3, mahasiswa diberikan himpunan $C = \{x \in \mathbb{Q} \mid x^2 < 2\}$, dan diminta menjawab tiga pertanyaan mengenai supremum dan kelengkapan himpunan. Pada nomor 3a, mahasiswa diminta menentukan apakah himpunan C memiliki supremum dalam $\mathbb{Q}$. Mahasiswa menjawab bahwa supremum dari C adalah 1,5 dengan alasan bahwa angka tersebut mendekati $\sqrt{2}$ dan merupakan bilangan rasional. Ini menunjukkan kesalahan dalam menentukan operasi matematis yang tepat, karena mahasiswa tidak melakukan pendekatan logis terhadap supremum sebagai batas atas terkecil, melainkan hanya memilih angka rasional terdekat tanpa memverifikasi apakah ia merupakan batas atas terkecil yang benar dari himpunan tersebut. Padahal, supremum dari himpunan C dalam $\mathbb{Q}$ tidak dapat ditentukan secara tepat karena $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$, dan setiap bilangan rasional yang lebih kecil dari $\sqrt{2}$ bukanlah batas atas yang sebenarnya, melainkan hanya pendekatannya.

Selanjutnya, pada soal 3b, mahasiswa menyatakan bahwa jika $C \subseteq \mathbb{R}$, maka supremumnya tetap 1,5 karena "masih bisa mewakili batas". Ini kembali memperlihatkan bahwa mahasiswa salah dalam memilih dan menerapkan operasi perhitungan supremum, karena dalam $\mathbb{R}$, supremum dari C seharusnya adalah $\sqrt{2}$, bukan 1,5. Mahasiswa tidak mengubah pendekatan operasionalnya sesuai dengan domain himpunan (dari $\mathbb{Q}$ ke $\mathbb{R}$), yang merupakan kesalahan dalam menentukan operasi hitung atau logika yang sesuai dengan konteks soal.

Pada soal 3c, mahasiswa menyatakan bahwa $\mathbb{Q}$ bersifat lengkap karena "kita bisa memperkirakan supremum". Ini jelas menunjukkan miskonsepsi dan kesalahan dalam operasi konsep matematika yang mendasari struktur bilangan. Dalam matematika, kelengkapan berarti setiap himpunan tak kosong yang dibatasi atas memiliki supremum dalam himpunan itu sendiri, bukan hanya bisa diperkirakan. Mahasiswa gagal mengoperasikan definisi kelengkapan dengan tepat, dan keliru menggunakan pendekatan intuitif (memperkirakan nilai) dalam situasi yang memerlukan operasi logis formal.

5. **Kesalahan Pengkodean/ Penentuan Jawaban Akhir (*Encoding Error*)**



Gambar 11. Hasil Tes Indikator a

Berdasarkan hasil analisis terhadap jawaban, pada soal nomor 1c, mahasiswa menuliskan bahwa supremum = 2 dan infimum = -2, serta menyatakan bahwa keduanya termasuk dalam himpunan $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 < 4\}$. Berdasarkan indikator analisis kesalahan encoding, mahasiswa telah melakukan kesalahan dalam menentukan jawaban akhir karena menyatakan bahwa -2 dan 2 merupakan elemen dari himpunan A. Padahal, himpunan tersebut merupakan interval terbuka (-2, 2), sehingga nilai -2 dan 2 tidak termasuk di dalamnya.

Mahasiswa juga melakukan kesalahan dalam menyimpulkan, karena menyimpulkan bahwa batas-batas tersebut merupakan anggota dari himpunan, yang tidak tepat secara matematis dan logis. Meskipun dalam konteks soal ini satuan tidak relevan, mahasiswa juga tidak memberikan penjelasan makna supremum dan infimum dengan cukup jelas; ia hanya langsung menyebut angka tanpa justifikasi berdasarkan definisi formal supremum dan infimum. Dengan demikian, jawaban pada soal nomor 1c mengandung kesalahan *encoding* karena walaupun nilai batas bawah dan batas atas yang disebutkan benar, mahasiswa mengalami miskonsepsi konseptual bahwa supremum dan infimum harus termasuk dalam himpunan. Hal ini mencerminkan kegagalan dalam membedakan antara batas himpunan dan anggota himpunan itu sendiri, yang merupakan bentuk nyata dari kesalahan pengkodean berdasarkan teori Newman.

Pembahasan

Hasil penelitian ini secara komprehensif mengungkap bahwa mahasiswa masih mengalami berbagai bentuk miskonsepsi dalam menyelesaikan soal-soal yang berkaitan dengan konsep *supremum* dan *infimum*. Temuan ini menyoroti adanya kesenjangan antara pemahaman konseptual mahasiswa dan kemampuan mereka dalam menerapkan konsep tersebut secara tepat dalam penyelesaian soal. Berdasarkan teori kesalahan Newman, miskonsepsi mahasiswa diklasifikasikan ke dalam lima bentuk kesalahan utama, yaitu: kesalahan membaca (reading error), kesalahan pemahaman (comprehension error), kesalahan transformasi (transformation error), kesalahan keterampilan proses penyelesaian (process skill error), dan kesalahan pengkodean/penentuan jawaban akhir (encoding error).

SCIENCE : Jurnal Inovasi Pendidikan Matematika dan IPA
Vol. 5 No. 2 Mei 2025
E-ISSN : 2797-1031
P-ISSN : 2797-0744
Online Journal System : https://jurnalp4i.com/index.php/science

Kesalahan membaca (*reading error*) terjadi ketika mahasiswa gagal mengidentifikasi kata kunci atau istilah penting dalam soal, seperti "batas atas terkecil" atau "batas bawah terbesar", sehingga interpretasi soal menjadi keliru. Sejalan dengan penelitian oleh Wahyuni & Fitriani (2023), rendahnya kemampuan literasi matematika mahasiswa menjadi faktor utama dalam munculnya kesalahan ini.

Kesalahan pemahaman (*comprehension error*) merupakan bentuk kesalahan paling dominan, yang menunjukkan bahwa mahasiswa tidak sepenuhnya memahami makna *supremum* dan *infimum* sebagai batas atas dan batas bawah dari suatu himpunan. Mereka cenderung mengasosiasikannya dengan nilai maksimum dan minimum secara langsung, tanpa memverifikasi keberadaan atau keberterimaan nilai tersebut dalam himpunan. Putri, Ningsih, & Darmawan (2022) menyatakan bahwa miskonsepsi semacam ini kerap muncul akibat kurangnya pembelajaran konseptual yang menekankan pada sifat-sifat bilangan real.

Kesalahan transformasi (*transformation error*) terlihat dari ketidakmampuan mahasiswa dalam mengubah informasi dari soal ke dalam bentuk matematika yang sesuai. Sebagian mahasiswa langsung mencari nilai tanpa menentukan apakah himpunan tersebut terbatas atas/bawah, atau tanpa menyusun argumen logis. Zahra & Prasetyo (2021) menyatakan bahwa kesalahan ini berkaitan erat dengan lemahnya kemampuan berpikir logis dan pemodelan matematika mahasiswa.

Kesalahan proses penyelesaian (*process skill error*) ditandai dengan kekeliruan dalam manipulasi aljabar, kesalahan operasi bilangan real, atau ketidaktelitian dalam perhitungan batas. Temuan ini diperkuat oleh Kurniawan et al. (2023) yang mengungkapkan bahwa rendahnya keterampilan dasar menghitung mahasiswa masih menjadi hambatan dalam pembelajaran matematika tingkat lanjut.

Kesalahan pengkodean/penentuan jawaban akhir (*encoding error*), yang sering diabaikan namun sangat penting, adalah kegagalan mahasiswa dalam menuliskan jawaban akhir dengan benar, meskipun proses sebelumnya sudah tepat. Dalam konteks ini, banyak mahasiswa tidak mampu menyajikan *supremum* atau *infimum* dalam bentuk simbolik atau verbal yang sesuai. Misalnya, mereka hanya menuliskan nilai numerik tanpa menyebutkan bahwa nilai tersebut adalah *supremum* dari himpunan, atau tidak menunjukkan bahwa *supremum* itu tidak termasuk dalam himpunan. Menurut Lestari & Permana (2024), pengkodean yang salah menandakan lemahnya pemahaman mahasiswa terhadap notasi dan komunikasi matematika yang tepat.

Temuan ini menunjukkan bahwa miskonsepsi mahasiswa bukan hanya terletak pada pemahaman konsep, melainkan juga pada keseluruhan proses berpikir matematis mulai dari membaca soal, memahami konteks, menyusun strategi, menghitung, hingga menuliskan jawaban akhir. Maka, perlu adanya strategi pembelajaran berbasis diagnosis kesalahan seperti *scaffolding* adaptif yang memfasilitasi mahasiswa mengoreksi kesalahannya secara bertahap. Penelitian oleh Priyanto & Shundari (2023) menunjukkan bahwa penggunaan scaffolding berbasis kesalahan mampu meningkatkan pemahaman dan kemampuan representasi mahasiswa secara signifikan.

KESIMPULAN

Penelitian ini mengungkap berbagai miskonsepsi mahasiswa dalam memahami konsep supremum dan infimum berdasarkan analisis kesalahan Newman. Kesalahan membaca (reading error) tampak jelas ketika mahasiswa kurang memahami notasi matematika (seperti $\in, \subseteq$) dan salah menafsirkan representasi himpunan, yang kemudian berdampak berantai pada tahap berikutnya. Tahap pemahaman (comprehension error) menjadi tahap paling kritis, di mana mahasiswa sering keliru membedakan supremum/infimum dengan nilai maksimum/minimum, serta cenderung mengandalkan intuisi alih-alih definisi formal. Kesalahan transformasi (transformation error) dan proses penyelesaian (process skill error) juga dominan, menunjukkan lemahnya kemampuan mahasiswa dalam memodelkan soal ke bentuk matematis dan melakukan operasi perhitungan secara tepat. Selain itu, kesalahan pengkodean (encoding error) memperlihatkan ketidakmampuan mahasiswa dalam menyajikan jawaban akhir dengan notasi yang benar, meskipun proses penyelesaiannya sudah mendekati tepat.

Temuan ini menegaskan pentingnya pendekatan pembelajaran yang menekankan pemahaman konseptual melalui diskusi mendalam, contoh dan kontra-contoh, serta penggunaan alat visualisasi untuk memperjelas konsep abstrak. Dosen perlu merancang strategi seperti scaffolding adaptif dan latihan intensif untuk memperbaiki kesalahan membaca dan pemahaman mahasiswa. Penelitian ini memberikan dasar bagi pengembangan metode pembelajaran analisis real yang lebih efektif, sekaligus membuka peluang penelitian lanjutan untuk menguji strategi pembelajaran berbasis diagnosis kesalahan pada konsep matematika lanjutan lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

Arfken, G. B., & Weber, H. J. (2013). *Mathematical Methods for Physicists (7th ed.)*. Elsevier Academic Press.

Fatmawati, I., & Jailani. (2016). *Analisis Kesalahan Siswa dalam Menyelesaikan Soal Matematika Ditinjau dari Langkah Newman*. Jurnal Riset Pendidikan Matematika, 3(2), 225–236.

Hadi, R. (2019). Analisis Pemahaman Mahasiswa terhadap Konsep Supremum dan Infimum. *Jurnal EduMat*, 4(2), 67–73.

Kurniawan, A. (2020). Analisis Miskonsepsi Mahasiswa pada Konsep Limit Fungsi. *Jurnal Pendidikan Matematika Indonesia*, 5(2), 88–95.

Kurniawan, D., Sari, L., & Wibowo, A. (2023). *Keterampilan Proses dalam Pembelajaran Matematika: Studi Kasus pada Mahasiswa dalam Konsep Supremum dan Infimum.* Jurnal Pendidikan dan Pembelajaran Matematika, 10(4), 210-223.

Lestari, S., & Permana, Y. (2024). *Pengkodean dan Komunikasi Matematika pada Pembelajaran Supremum dan Infimum.* Jurnal Matematika dan Pendidikan, 6(1), 89-101.

Marpaung, Y. (2012). *Analisis Kesalahan Konseptual Mahasiswa dalam Materi Analisis Real*. Jurnal Pendidikan Matematika, 6(1), 45–56.

Newman, M. A. (1977). *An Analysis of Errors Made in the Solution of Arithmetic Problems*. University of Melbourne.

Newman, M. A. (1977). *An analysis of sixth-grade pupils' errors on written mathematical tasks*. Victorian Institute for Educational Research Bulletin.

Nieveen, N., & Plomp, T. (2007). *Educational Design Research*. Netherlands Institute for Curriculum Development.

Nurmalia, N., Darhim, & Herman, T. (2018). *Analisis Kesalahan Mahasiswa dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Berdasarkan Prosedur Newman*. Jurnal Pendidikan Matematika, 12(1), 25–36.

Polya, G. (2004). *How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method*. Princeton University Press.

Putri, M. F., Ningsih, R. A., & Darmawan, D. (2022). *Miskonsepsi dalam Pemahaman Konsep Supremum dan Infimum pada Mahasiswa.* Jurnal Pendidikan Matematika Indonesia, 7(3), 67-76.

Priyanto, A., & Shundari, D. (2023). *Penggunaan Scaffolding Berbasis Kesalahan untuk Meningkatkan Pemahaman Mahasiswa dalam Pembelajaran Supremum dan Infimum.* Jurnal Penelitian Pendidikan Matematika, 12(2), 112-125.

Sari, R., & Wijaya, A. (2021). Kesalahan Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Supremum dan Infimum Berdasarkan Analisis Newman. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 7(1), 25–34.

Siswandi, E. (2021). Analisis kesalahan mahasiswa pada mata kuliah kalkulus materi persamaan diferensial berdasarkan metode newman ditinjau dari kemampuan awal matematika. *SCIENCE: Jurnal Inovasi Pendidikan Matematika Dan IPA*, *1*(1), 76-85.

Slameto. (2010). *Belajar dan Faktor-Faktor yang Mempengaruhinya*. Jakarta: Rineka Cipta.

Stacey, K., & Steinle, V. (2006). Misconceptions in decimal notation. *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*.

Stewart, J. (2016). *Calculus (8th ed.)*. Boston: Cengage Learning

Suratih, S., & Pujiastuti, H. (2020). Analisis kesalahan siswa dalam menyelesaikan soal cerita program linear berdasarkan Newman's error analysis. *Pythagoras: Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika*, *15*(2), 111-123.

Tanzimah, T., & Sutrianti, D. (2023). Analisis kesalahan siswa dalam menyelesaikan soal cerita pada materi peluang berdasarkan prosedur newman's error analysis (NEA). *Indiktika: Jurnal Inovasi Pendidikan Matematika*, *5*(2), 191-200.

Wahyuni, E., & Fitriani, R. (2023). *Pengaruh Literasi Matematika terhadap Kemampuan Menyelesaikan Soal Konsep Supremum dan Infimum pada Mahasiswa.* Jurnal Pendidikan Matematika, 8(2), 123-134.

Zahra, H., & Prasetyo, E. (2021). *Kesalahan Transformasi dalam Menyelesaikan Soal Supremum dan Infimum pada Mahasiswa.* Jurnal Pembelajaran Matematika, 9(1), 45-59.